

DESARROLLO Y VALIDACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO DE LA DINÁMICA TÉRMICA DE UN COLECTOR SOLAR DE AGUA.

J. M. Bravo¹ y V. J. Passamai²

¹Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta (CIUNSa)

²CIUNSa, UNSa, CONICET-INENCO

C.P. 4400 – Salta. Tel. 0387-4255389 e-mail: jose.mnl.bravo@gmail.com

Recibido: 07/08/12; Aceptado: 04/10/12

RESUMEN: Se desarrolló un modelo matemático de la dinámica térmica de un colector solar de agua, realizado a escala, con un sistema de colección solar de policarbonato para el calentamiento, de tipo plano con circulación por termosifón, de ciclo abierto. Se midió la temperatura del agua, en distintos puntos, para diferentes niveles de radiación desde los 600 hasta los 1000 W/m². Se recurrió al balance de masa, energía y cantidad de movimiento para estudiar el modelo planteado, utilizando herramientas básicas de matemáticas, física y mecánica de fluidos para hallar un sistema de ecuaciones de fácil resolución. La verificación del modelo presentó excelentes correspondencias entre la simulación y los datos reales, no obstante la simplicidad del modelo planteado, logrando discrepancias que no superan el 4% con respecto a los valores medidos, demostrando un buen ajuste.

Palabras clave: calentamiento de agua, termosifón, simulación, estado transitorio.

INTRODUCCIÓN

Luego de alcanzar una significativa experiencia tanto en el diseño, construcción y optimización de colectores solares, la simulación de los mismos ha tomado gran importancia. Desde mediados de los años 70, esto último cobró gran protagonismo al desarrollarse el programa TRNSYS, el cual sigue vigente hasta estos días, con importantes mejoras desde aquel entonces, a partir del cual se publicaron una cantidad innumerable de trabajos al respecto. Con la mejora de la tecnología se abrió la posibilidad de aumentar términos en las ecuaciones, en pos de mejorar la precisión de los resultados, logrando admirables alcances. Pero ya a mediados de los años 90, comenzó a instaurarse la idea de simplificar los cálculos para que dichas ecuaciones desarrolladas puedan ser empleadas por un espectro mayor de usuarios, al no tener que manejar a la perfección un lenguaje de programación (Tsilingiris, 1996).

Existen diversas formas de encarar la simulación de un sistema de colección solar (SCS). En primera instancia, es necesario definir qué tipo de SCS entrará en el estudio. En el presente trabajo se orienta hacia los SCS de tipo plano, de circulación por termosifón y de ciclo abierto. Se pueden aplicar las ecuaciones necesarias ya sea en estado estacionario o transitorio. Ésta última opción suele denominarse simulación dinámica. A su vez, dichas simulaciones pueden llevarse a cabo de distintas maneras, por ejemplo, dividiendo al SCS en diferentes partes para luego acoplar el sistema de ecuaciones, denominado multinodal (Zeghib y Chaker, 2011) o simplemente tomando al SCS como un todo, denominado método de un sólo nodo. El primero, es el más utilizado.

Existen diferentes estándares para probar los SCS. Casi todos son simulaciones en estado estacionario y tan solo se dispone de un método de medición estándar dinámico, existiendo en la bibliografía disponible muy poca información al respecto (Kong et al, 2012). Éste último trabajo desarrolla un método dinámico que no sólo supera a los métodos de prueba en estado estacionario, sino que supera incluso al dinámico, demostrando que al desarrollar la simulación de esta manera se logra una mayor precisión en los resultados. El presente trabajo se orienta hacia la simulación dinámica de un SCS, de manera más sencilla.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo matemático simple de un SCS enfocado a simular el comportamiento del colector solar (CS), tomado como un solo nodo, obteniéndose la temperatura de salida. La correspondencia de estos resultados con los datos experimentales es relativamente grande, aún teniendo en cuenta la simplicidad del planteo matemático.

MODELO MATEMÁTICO

En los estudios encontrados en la bibliografía disponible, la gran mayoría realiza el modelo matemático a través de un balance de energía, obviando los balances de materia y cantidad de movimiento, debido a que normalmente controlan la velocidad de circulación del fluido mediante bombas, normalmente peristálticas, o simplemente establecen una velocidad de flujo constante, basándose en datos experimentales (Rodríguez-Hidalgo et al., 2011), (Amrizal et al., 2012), (Taherian et al., 2011). En el presente estudio, se realizaron los tres balances para obtener finalmente un sistema de dos ecuaciones diferenciales.

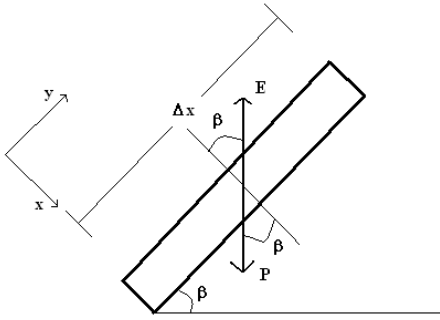


Figura 1: Esquema del elemento de volumen tomado como base de cálculo

Se tomó como base de cálculo un elemento de volumen que coincide con uno de los conductos del colector solar. El canal elegido, es aquel que posee la salida de agua caliente del colector. Esta suposición pudo realizarse debido al reducido tamaño del conducto y a las hipótesis que se enumerarán más adelante (Figura 1).

Ecuación de continuidad

En el elemento de volumen de la figura descripta anteriormente, se tiene una sección de área transversal, A_t , que es atravesada por el agua que posee una velocidad v_e a la entrada. El fluido se dilata y sale con velocidad v_s , siendo ρ_e y ρ_s las densidades a la entrada y a la salida, respectivamente. La ecuación (1) describe lo antedicho:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot v) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

A partir de esta ecuación, y en las próximas, se asumirá que la derivada parcial, que no sea con respecto al tiempo responde a una función lineal. Dicho supuesto no se aleja demasiado de la realidad, ya que el área transversal es pequeña. Aplicando la mencionada hipótesis, la ecuación enunciada queda de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \rho = \frac{v_e \cdot \rho_e - v_s \cdot \rho_s}{\Delta x} \quad (2)$$

Correlación entre la densidad del agua y la temperatura de la misma

Aplicando una regresión cuadrática a los datos correspondientes a la densidad del agua para distintas temperaturas en grados centígrados, la función de la misma para el rango desde los 15°C hasta los 70°C, con un $R^2 = 0,9998$, es:

$$\rho(T) = -0.0039 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}^2} \cdot T^2 - 0.0632 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}} \cdot T + 1001 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (3)$$

Balace de energía

La energía ingresa al elemento de volumen debido a: la masa de agua que entra con un cierto contenido entálpico y por la radiación incidente por la cara expuesta del elemento de volumen. A su vez, la misma abandona dicho elemento de volumen debido a que la masa de agua que sale se lleva consigo una cierta cantidad de entalpía; y a las pérdidas por la pared posterior. Teniendo en cuenta que a presión y capacidad calorífica constantes el cambio de entalpía es igual a:

$$\Delta h = C_p \cdot \Delta T$$

y considerando que el aumento de temperatura del CS suma un término de inercia térmica, se arriba a la siguiente ecuación:

$$C_p \cdot \frac{\partial}{\partial x} (v \cdot \rho \cdot T) + C_p \cdot \frac{\partial}{\partial t} (T \cdot \rho) = \frac{w}{A_t} \left[I \cdot \alpha - U \cdot \Delta T_{mdlt} - \frac{\rho_p \cdot 4 \cdot e_p \cdot C_{p,p} \cdot (T_s - T_e)}{\Delta t} \right] \quad (4)$$

Tomando como base la misma hipótesis que se tuvo para encontrar la ecuación de continuidad, se puede considerar que la derivada con respecto a la altura del CS responde a una función lineal. La expresión resultante queda:

$$C_p \cdot \frac{d}{dt} (T \cdot \rho) = \frac{v_e \cdot \rho_e \cdot C_p \cdot T_e - v_s \cdot \rho_s \cdot C_p \cdot T_s}{\Delta x} + \frac{w}{A_t} \left[I \cdot \alpha - U \cdot \Delta T_{mdlt} - \frac{\rho_p \cdot 4 \cdot e_p \cdot C_{p,p} \cdot (T_s - T_e)}{\Delta t} \right] \quad (5)$$

Reacomodando los términos, trabajando algebraicamente y desarrollando la derivada se llega a:

$$\rho \cdot \left(\frac{dT}{dt} \right) + T \cdot \left(\frac{d\rho}{dt} \right) = \frac{v_e \cdot \rho_e \cdot T_e - v_s \cdot \rho_s \cdot T_s}{\Delta x} + \frac{w}{A_t \cdot C_p} \left[I \cdot \alpha - U \cdot \Delta T_{mdlt} - \frac{\rho_p \cdot 4 \cdot e_p \cdot C_{p,p} \cdot (T_s - T_e)}{\Delta t} \right] \quad (6)$$

Reemplazando la ecuación (2) y (3) en la ecuación (6) y definiendo la siguiente constante:

$$d = \frac{w}{A_t \cdot C_p}$$

Finalmente se logra la siguiente ecuación:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{v_e \cdot \rho_e (T_e) \cdot T_e - v_s \cdot \rho_s (T_s) \cdot T_s}{\Delta x \cdot \rho(T)} + \frac{d}{\rho(T)} \left[I \cdot \alpha - U \cdot \Delta T_{mdlt} - \frac{\rho_p \cdot 4 \cdot e_p \cdot C_{p,p} \cdot (T_s - T_e)}{\Delta t} \right] - \frac{T}{\rho(T)} \cdot \left(\frac{v_e \cdot \rho_e (T_e) - v_s \cdot \rho_s (T_s)}{\Delta x} \right) \quad (7)$$

Se obtiene de esta manera la ecuación diferencial de la temperatura en función del tiempo a partir del balance de energía.

Correlación de la viscosidad del agua con la temperatura de la misma

Aplicando una regresión cuadrática a los datos correspondientes a la viscosidad del agua para distintas temperaturas, la función de la misma para el rango desde los 16,85°C hasta los 71,16°C, con un $R^2 = 0,9983$, es:

$$\eta(T) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot s}{m^2 \cdot K^2} \cdot T^2 - 3 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{N \cdot s}{m^2 \cdot K} \cdot T + 0,0015 \cdot \frac{N \cdot s}{m^2} \quad (8)$$

Balance de cantidad de movimiento

Se deben tener en cuenta las fuerzas que están actuando sobre el mencionado elemento de volumen. Dos de ellas se encuentran esquematizadas en la figura 1: el peso y el empuje. Éste último se produce gracias al cambio en la densidad del fluido como consecuencia del cambio en su temperatura. Otra fuerza involucrada es la que aparece como consecuencia de la resistencia del agua al fluir, ya sea por la forma del conducto o los cambios de dirección que sufre el líquido. Tanto al peso de dicho elemento en estudio, como al empuje se lo pueden expresar en función de la densidad y el volumen. Si llamamos F a la sumatoria de la fricción de la superficie y de la forma, y se encuentra que tiene la siguiente expresión (Levenspiel, 1993):

$$F = \frac{f \cdot v^2 \cdot \Delta x}{2 \cdot D \cdot eq} \quad (9)$$

se puede llegar a la siguiente ecuación:

$$\frac{d}{dt}(v \cdot \rho) = g \cdot \sin(\beta) \cdot (\rho_e - \rho_s) - \frac{f \cdot v^2}{2 \cdot D_{eq}} \quad (10)$$

Aplicando la derivada de un producto al término dentro de la misma.

$$\rho \left(\frac{d}{dt} v \right) + v \left(\frac{d}{dt} \rho \right) = g \cdot \sin(\beta) \cdot (\rho_e - \rho_s) - \frac{f \cdot v^2}{2 \cdot D_{eq}} \quad (11)$$

Reemplazando la ecuación (2) y (3) en la ecuación (11):

$$\rho(T) \frac{d}{dt} v + v \cdot \left(\frac{v_e \cdot \rho_e(T_e) - v_s \cdot \rho_s(T_s)}{\Delta x} \right) = g \cdot \sin(\beta) \cdot (\rho_e(T_e) - \rho_s(T_s)) - \frac{f \cdot v^2}{2 \cdot D_{eq}} \quad (12)$$

Colebrook en 1939 (Levenspiel, 1993) combinó algunas expresiones obteniendo una relación entre el factor de fricción (de Fanning) y el número de Reynolds. Finalmente Pavlov et al. en 1981 (Levenspiel, 1993) dieron la siguiente aproximación:

$$f(v, T) = \left[\frac{1}{\left[-4 \cdot \log \left[\frac{1}{3.7} \cdot \frac{\epsilon}{D_{eq}} + \left(\frac{6.81}{Re(v, T)} \right)^{0.9} \right] \right]} \right]^2 \quad (13)$$

Donde ϵ/D_{eq} es la rugosidad relativa del conducto por donde circula el fluido. La dependencia con la temperatura y la velocidad del factor de fricción proviene del número de Reynolds. Debido a que se trata de conductos de sección cuadrada, el número de Reynolds toma la siguiente forma:

$$Re(v, T) = \frac{\rho(T) \cdot v \cdot D_{eq}}{\eta(T)} \quad (14)$$

En donde D_{eq} es el diámetro equivalente que se calcula como se muestra a continuación:

$$D_{eq} = 4 \cdot \frac{A_t}{P_m}$$

De esta forma, tanto f como Re son funciones de la velocidad (v) y de la temperatura (T). Despejando la derivada de la velocidad con respecto al tiempo y teniendo en cuenta la dependencia de los números adimensionales antes mencionados se tiene:

$$\frac{d}{dt} v = \frac{g \cdot \sin(\beta) \cdot (\rho_e(T_e) - \rho_s(T_s))}{\rho(T)} - \frac{f(v, T) \cdot v^2}{2 \cdot D_{eq} \cdot \rho(T)} - \frac{v}{\rho(T)} \left(\frac{v_e \cdot \rho_e(T_e) - v_s \cdot \rho_s(T_s)}{\Delta x} \right) \quad (15)$$

Se obtiene de esta manera la ecuación diferencial de la velocidad en función del tiempo a partir del balance de cantidad de movimiento.

Sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

De las ecuaciones (7) y (15) se tiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{dt}T = \frac{v_e \cdot \rho_e(T_e) \cdot T_e - v_s \cdot \rho_s(T_s) \cdot T_s}{\Delta x \cdot \rho(T)} + \frac{d}{\rho(T)} \left[I \cdot \alpha - U \cdot \Delta T_{md} - \frac{\rho_p \cdot 4 \cdot e_p \cdot C_{pp} \cdot (T_s - T_e)}{\Delta t} \right] - \frac{T}{\rho(T)} \left(\frac{v_e \cdot \rho_e(T_e) - v_s \cdot \rho_s(T_s)}{\Delta x} \right)$$

$$\frac{d}{dt}v = \frac{g \cdot \sin(\beta) \cdot (\rho_e(T_e) - \rho_s(T_s))}{\rho(T)} - \frac{f(v, T) \cdot v^2}{2 \cdot D_{eq} \cdot \rho(T)} - \frac{v}{\rho(T)} \left(\frac{v_e \cdot \rho_e(T_e) - v_s \cdot \rho_s(T_s)}{\Delta x} \right)$$

Ecuaciones adicionales

Debido a que solo se ha desarrollado un sistema de dos ecuaciones diferenciales con 6 incógnitas, se recurrió a la búsqueda de las cuatro ecuaciones adicionales. Estas ecuaciones responden a las expresiones para la temperatura de entrada (T_e), la temperatura de salida (T_s), la velocidad de entrada (v_e) y la velocidad de salida (v_s). Las expresiones encontradas dependen de datos de uno y hasta dos pasos anteriores al que se está integrando. Por tal motivo, se utilizaron los valores iniciales para que comience el método numérico de resolución. Puede considerarse que la velocidad de entrada al elemento de volumen, es la misma de salida del paso anterior, resultando:

$$v_{e_i} = v_{s_{i-1}} \tag{16}$$

Una vez que se tiene la velocidad de entrada en función de la velocidad de salida, se debe encontrar una expresión que relacione la velocidad de salida con la velocidad media que devuelve la ecuación diferencial. Asumiendo perfiles lineales de crecimiento se tiene:

$$\Delta v = v_i - v_{i-1} \qquad \Delta v = v_{s_i} - v_{e_i} \qquad \Delta v = v_{s_i} - v_{s_{i-1}}$$

Debido a que el paso de integración elegido es pequeño, ya que es de solo 0,1 segundos, se considera que el valor del cambio de velocidad del paso anterior, es muy parecido al cambio de velocidad del paso de integración que se está resolviendo. Por lo tanto, se puede llegar a la siguiente expresión:

$$v_{s_i} = v_{s_{i-1}} + (v_{i-1} - v_{i-2}) \tag{17}$$

A partir de la resolución numérica de las ecuaciones pudo validarse, experimentalmente, que dicha hipótesis no se aleja demasiado de la realidad, al menos para valores pequeños de pasos de integración.

Para encontrar las expresiones de las temperaturas de entrada y salida se recurre a un razonamiento similar al utilizado en las expresiones de la velocidad. Se asume que la temperatura que devuelve la ecuación diferencial es la temperatura media. Por ende, una expresión para la temperatura de entrada podría ser la siguiente:

$$T_{e_i} = 2 \cdot T_{i-1} - T_{s_i} \tag{18}$$

Para encontrar una expresión de la temperatura de salida, se tiene en cuenta lo siguiente: la porción de masa que atraviesa el elemento de volumen aumenta su temperatura, en cada paso de integración debido a la radiación incidente menos las pérdidas a través de la pared posterior del CS. Tomando una hipótesis análoga a la que se tomó con el delta de velocidad, debido a que el paso de integración es muy pequeño, puede suponerse que el aumento de temperatura del paso de integración actual es

muy parecido al del paso de integración anterior. En este caso, también pudo verificarse experimentalmente que esta suposición no se aleja demasiado de la realidad. Todos los planteos anteriores desembocan en la siguiente ecuación:

$$T_{s_i} = \frac{I \cdot \alpha \cdot \Delta t + U \cdot (T_{i-1} - T_{amb})}{2 \cdot \rho \cdot (T_{i-1}) \cdot w \cdot C_p} + T_{i-1} \quad (19)$$

Coefficiente global de transferencia de calor

Luego de repetidas simulaciones para encontrar el valor que toma este coeficiente, se encontró que el mismo varía notablemente con la temperatura, generando desviaciones notables entre la simulación y los datos experimentales en la zona de arranque del colector. Por tal motivo, con los datos obtenidos en estado estacionario del coeficiente global de transferencia de calor para diferentes temperaturas, se realizó una regresión cuadrática de los mismos para obtener una expresión en función de la temperatura. El hecho de colocar un coeficiente global de transferencia de calor variable con respecto a la temperatura, logró que se obtengan correspondencias elevadas entre la simulación y las medidas durante el arranque del SCS. Debido a que forma parte de la ecuación para calcular la temperatura, la mencionada regresión debe alimentarse con los datos de temperatura del paso anterior de integración. Los valores de este coeficiente, obtenidos mediante la mencionada regresión, son muy parecidos a los encontrados en un trabajo en donde se utiliza, justamente, un colector a pequeña escala al igual que el presente estudio (Amrizal et al, 2012).

No debe olvidarse que al ser una regresión cuadrática, se tiene limitaciones. Pasado el mínimo de la parábola, a medida que se reduce la temperatura, el valor del coeficiente global de transferencia de calor comienza a aumentar, lo cual no tiene sentido; y tanto para temperaturas muy bajas como muy altas se obtienen valores elevados. Cabe destacar que dicha regresión es válida para el rango en que trabaja el colector simulado.

MATERIALES Y MÉTODOS

El SCS consta de un CS y un tanque de almacenamiento (TA). El CS es una placa de policarbonato alveolar de 35cm de ancho y 52,5cm de largo. Por los tubos internos, de 25mm² de sección transversal cuadrada, circula el agua. La placa se inclina para recibir la radiación y permitir la circulación del agua. La altura de la salida del CS casi coincide con la entrada del TA, logrando una diferencia de altura adecuada para lograr el termosifón. Las experiencias se realizaron con una lámpara acoplada a un variador de tensión para controlar la radiación incidente sobre el SCS. Un esquema del sistema se muestra en la figura 2 y una fotografía del equipo en la figura 4.

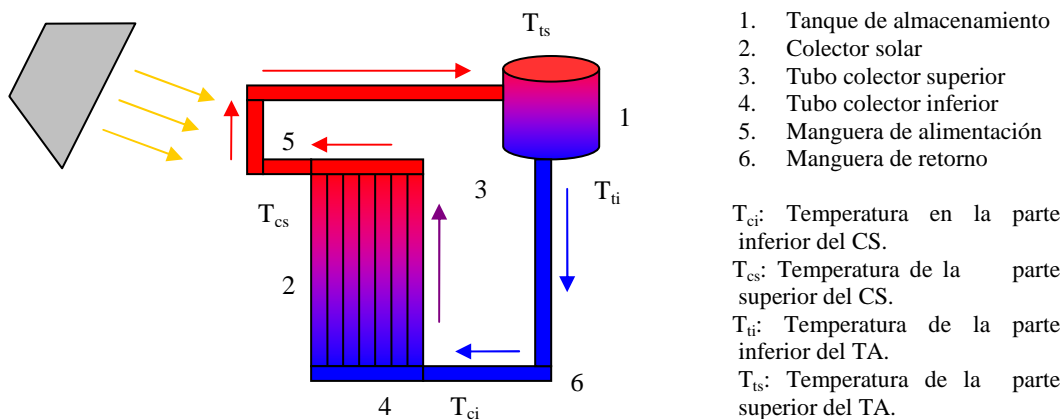


Figura 2: Esquema del sistema de calentamiento solar de agua, su funcionamiento con indicación de color para las temperaturas (roja, mayor; azul, menor) y ubicación de los puntos de medición.

Luego de algunos ensayos preliminares, se decidió usar una lámpara incandescente de tungsteno, por razones de costo y facilidad de obtención. La lámpara tiene 1000 W de potencia y es del tipo usado en iluminación artificial para estadios. Con ella se pudo obtener una distribución uniforme de la radiación sobre el área del colector, con intensidades fácilmente regulables mediante un autotransformador marca Varitrans, utilizando un solarímetro (Kipp & Zonnen). El inconveniente que presenta la lámpara de este tipo es que su espectro, como se muestra en la figura 3, es muy diferente del solar, aún cuando la radiación total (en W/m²) medida con solarímetro, tiene valores iguales. La radiación así regulada, se midió con solarímetro perpendicularmente al haz incidente. Las mediciones fueron realizadas, inicialmente, entre 200 y 1000 W/m².

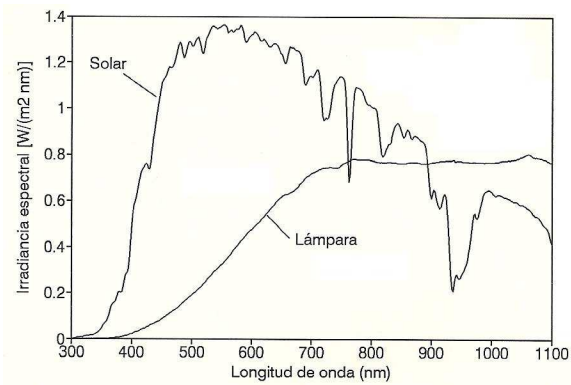


Figura 3: Espectros de radiación incidente sobre el colector solar y de lámpara, para comparar.

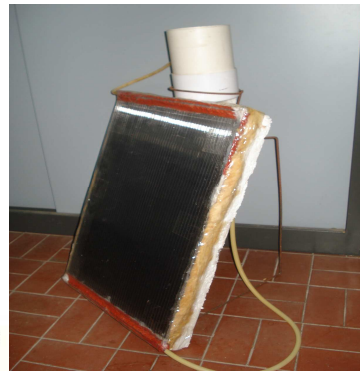


Figura 4: Fotografía del equipo empleado.

Características de las mediciones de temperaturas

Se tomaron cuatro puntos característicos sobre el CS: las temperaturas de entrada y salida del CS (T_{ci} y T_{cs} , respectivamente) y las de entrada y salida del TA (T_{ts} y T_{ti} , respectivamente); y la temperatura ambiente (T_{amb}). Ver la figura 2. Las mismas fueron medidas con un data logger HOBO U12 4-External Channel, al que se colocaron termocuplas con una cubierta de acero inoxidable en la punta sobre el sensor.

Posteriormente, se realizaron medidas de temperaturas para radiaciones desde los 600 hasta los 1000 W/m^2 , con incrementos de 50 W/m^2 . Cada una de las medidas que se tomó para cada radiación se realizó por triplicado.

En la Figura 5 pueden verse las mediciones de Voltaje vs Radiación, para el rango de radiaciones de 200 W/m^2 a 1000 W/m^2 . De la misma se obtuvo una dependencia lineal Radiación-Voltaje, con una regresión dada por:

$$I(V) = 5.6804 \frac{W}{m^2} \cdot V - 290.57 \frac{W}{m^2} \quad (20)$$

La regresión realizada anteriormente devolvió un $R^2 = 0,9977$ y correspondió a una distancia del SCS a la lámpara de 35cm.

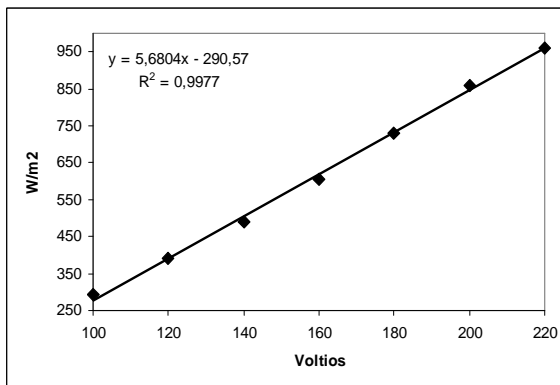


Figura 5: Curva de Radiación por metro cuadrado versus Voltaje de la lámpara utilizada

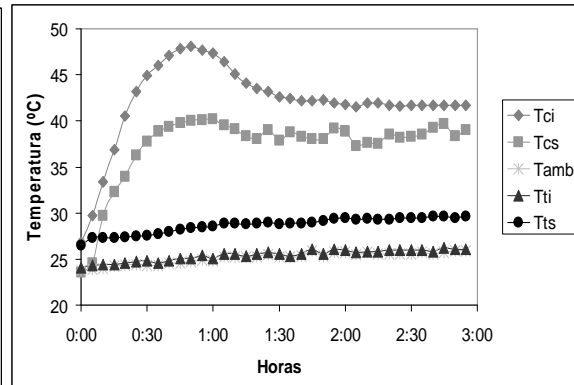


Figura 6: Medición de temperaturas con una radiación incidente de 650 W/m^2

Características del tanque de almacenamiento y tiempo de exposición

El TA tuvo un volumen de agua de 1,7 litros y un tiempo de exposición de tres horas. Se decidió dejar la altura del agua a la salida de CS casi a igual nivel que la de la entrada al TA apenas por debajo de la entrada de agua. El CS no poseía aislamiento térmico en su parte posterior, pero se encontraba pintado de negro mate, salvo una franja que ocupaba un tercio de la superficie, transparente. Se colocó una pantalla para impedir la incidencia de la radiación proveniente de la lámpara al TA.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se realizaron nueve medidas desde los 600 W/m^2 hasta los 1000 W/m^2 , de las cuales se muestran cuatro. Dichas medidas corresponden a 650, 800, 850 y 950 W/m^2 .

Efecto de aplicar una radiación incidente de 650 W/m²

En la figura 6 se observa que tanto Tcs como Tci presentaron un leve aumento de 15°C con respecto a la temperatura inicial. A su vez se puede ver una anomalía en el comportamiento del colector, ya que Tci se muestra mayor a Tcs. Esto puede deberse a la formación de burbujas de aire en la salida del colector, debido al aumento de temperatura, que impedía la normal estratificación de las temperaturas. Cabe destacar que existe una elevada probabilidad de que a los cuarenta y cinco minutos dicha burbuja desaparece, ya que las temperaturas comienzan a asemejar su valor, no siendo suficiente las tres horas de medida para apreciar dicha estabilización.

Efecto de aplicar una radiación incidente de 800 W/m²

La figura 7 muestra que, en los primeros treinta y cinco minutos, la Tcs comenzó a estabilizarse y luego se mantuvo constante en 28°C por encima de la inicial, mientras que la Tci llegó a 26°C por encima de la inicial.

Efecto de aplicar una radiación incidente de 850 W/m²

De acuerdo a la figura 8, pasados los primeros treinta y cinco minutos la Tcs empezó a estabilizarse y finalmente se logró una temperatura de 28°C por encima de la inicial, mientras que la Tci alcanzó un valor de 23°C mayor que la inicial.

Efecto de aplicar una radiación incidente de 950 W/m²

De la figura 9, se observa que Tci alcanzó un valor aproximado a 29°C por encima de la inicial, mientras que Tcs logró un aumento de 27°C.

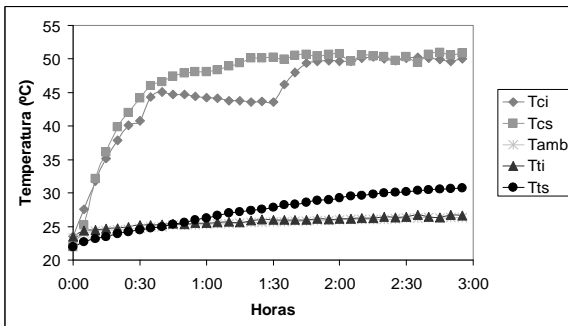


Figura 7: Medición de temperaturas con una radiación incidente de 800 W/m²

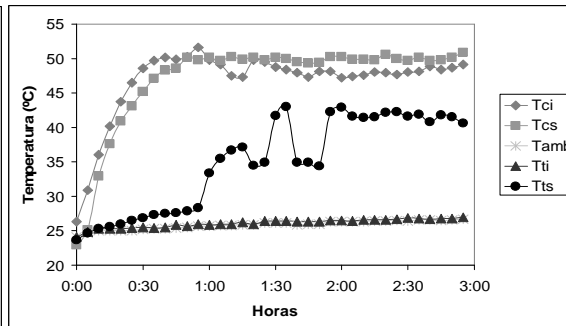


Figura 8: Medición de temperaturas con una radiación incidente de 850 W/m²

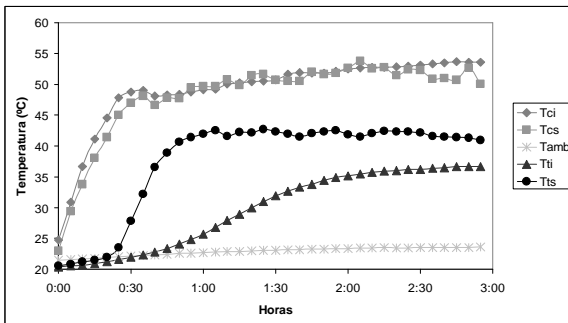


Figura 9: Medición de temperaturas con una radiación incidente de 950 W/m²

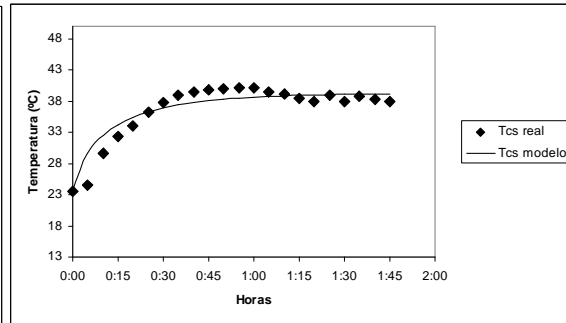


Figura 10: Temperatura de salida real y simulada para una radiación incidente de 650 W/m²

Resolución del sistema de ecuaciones diferenciales

En el presente trabajo se optó por resolver el sistema de ecuaciones diferenciales anteriormente descrito con el método numérico Runge-Kutta de cuarto orden. Se tomó la decisión de simular solamente 105 minutos ya que, en todos los casos, fue un tiempo suficiente para que el sistema alcance el estado estacionario con respecto a la temperatura de salida del CS que, como se indicó al comienzo de este trabajo, es la única temperatura que se simulará y se comparará con los datos experimentales.

Comparación de la simulación vs datos reales para una radiación incidente de 650 W/m²

En la figura 10, puede apreciarse que la simulación puede encontrar no solo el valor final de la temperatura de salida del CS sino también puede seguir la tendencia del arranque del SCS. Coincidiendo con el tiempo de arranque. Puede verse que el tiempo utilizado para realizar la simulación es suficiente para que el sistema alcance una temperatura estacionaria y de esa manera poder obtener un error promedio más representativo. El error de los datos simulados con respecto a los datos reales, para esta radiación incidente, es de 3,79%.

Comparación de la simulación vs datos reales para una radiación incidente de 800 W/m²

Puede verse en la figura 11 que se mantiene la misma tendencia que la verificación anteriormente descrita. En este caso el error obtenido es del 4,01%.

Comparación de la simulación vs datos reales para una radiación incidente de 850 W/m²

Para este valor de radiación incidente, es elevada la correspondencia existente entre los valores reales y la simulación resultando con un error del 2,57%. Puede verse la comparación en la figura 12.

Comparación de la simulación vs datos reales para una radiación incidente de 950 W/m²

En este caso también se tiene una elevada correspondencia de datos, lo cual indica que el modelo se comportará mejor, cuanto mayor sea la radiación incidente. El error resultante de esta comparación es de 2,23%, un valor muy parecido al obtenido para una radiación incidente de 850 W/m². Estos datos quedan ilustrados en la figura 13.

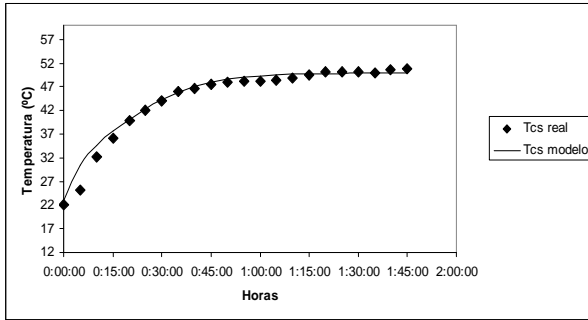


Figura 11: Temperatura de salida real y simulada para una radiación incidente de 800 W/m²

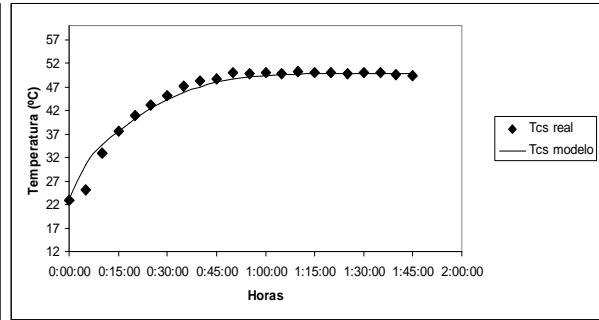


Figura 12: Temperatura de salida real y simulada para una radiación incidente de 850 W/m²

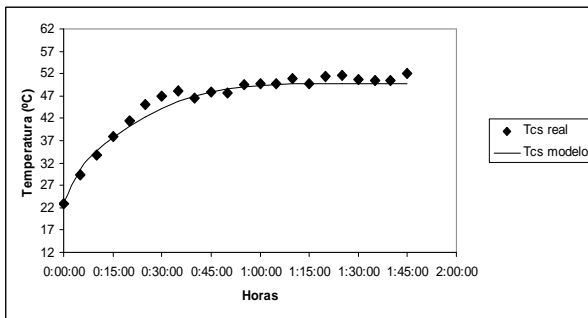


Figura 13: Temperatura de salida real y simulada para una radiación incidente de 950 W/m²

Radiación incidente (W/m ²)	Error porcentual promedio (%)
650	3,79
800	4,01
850	2,57
950	2,23

Tabla 1: Errores porcentuales obtenidos con el modelo para cada diferentes valores de radiación incidente

CONCLUSIONES

Al realizarse la verificación del modelo matemático, se encontró que en ningún caso el error promedio porcentual superaba el 4%, lo que demuestra que el modelo es un buen ajuste de la situación real que ocurre dentro del CS. La tabla 1 resume los resultados obtenidos. El arranque del SCS pudo ser simulado satisfactoriamente, obteniendo el tiempo que el mismo demanda. Este último dato puede ser de gran importancia a la hora de diseñar un SCS para diferentes condiciones ya que brinda información necesaria para conocer las características que debiera tener el SCS para ciertas condiciones ambientales dadas y para garantizar el correcto funcionamiento del termosifón, o para verificar si un SCS ya construido podrá desempeñarse adecuadamente bajo condiciones diferentes a las del diseño.

NOMENCLATURA

Notación:		
ρ_e densidad del agua en la entrada	v_s velocidad de salida	α transmitancia
ρ_s densidad del agua en la salida	C_p capacidad calorífica del agua a presión constante	F sumatoria de la fricción debido a la superficie y a la forma
A_t área transversal del conducto	T_e temperatura del agua en la entrada	f factor de fricción de Fanning
Δx altura del volumen de control	T_s temperatura del agua en la salida	D_{eq} diámetro equivalente de los conductos
g aceleración de la gravedad	Δt paso de integración	P_m perímetro mojado
β ángulo de inclinación del colector solar	w ancho del conducto	ρ_p densidad del policarbonato
η viscosidad del agua	U coeficiente de transferencia de calor global	e_p espesor del conducto
v_e velocidad de entrada	$\Delta T_{m,dt}$ salto térmico medio logarítmico	$C_{p,p}$ capacidad calorífica del policarbonato a presión constante
	I radiación incidente por unidad de área	

Tabla 2: Notación utilizada en las ecuaciones descriptas

REFERENCIAS

- Amrizal N., Chemisana D., Rosell J.I., Barrau J. (2012). A dynamic model based on the piston flow concept for the thermal characterization of solar collectors. *Applied Energy* 94, 244–250.
- Kong W., Wang Z., Fan J., Bacher P., Perers B., Chen Z., Furbo S. (2012). An improved dynamic test method for solar collectors. *Solar Energy* 86, 1838–1848.
- Rodríguez-Hidalgo M.C., Rodríguez-Aumente P.A., Lecuona A., Gutiérrez-Urueta G.L., Ventas R. (2011). Flat plate thermal solar collector efficiency: Transient behavior under working conditions. Part I: Model description and experimental validation. *Applied Thermal Engineering* 31, 2394-2404.
- Taherian H., Rezania A., Sadeghi S., Ganji D.D. (2011). Experimental validation of dynamic simulation of the flat plate collector in a closed thermosiphon solar water heater. *Energy Conversion and Management* 52, 301–307.
- Tsilingiris P. T. (1996). Solar water-heating design-a new simplified dynamic approach. *Solar Energy* 57, 19-28.
- Zeghib I., Chaker A. (2011). Simulation of a solar domestic water heating system. *Energy Procedia* 6, 292–301.
- Levenspiel O. (1993). *Flujo de fluidos. Intercambio de calor*, Edición en español, pp. 22-25. Reverté S.A., Barcelona-Bogotá-Buenos Aires-Caracas-México.

ABSTRACT

A polycarbonate flat type, open cycle thermosiphon solar water heater system's mathematical model was developed. Water temperature was measured, in different points of the system, applying parametrical radiation levels from 600 to 1000 W/m². An easy solvable equation system was found using basic mathematical, physical and fluids mechanics tools to obtain the mass, energy and momentum balances. Taking into account the simplicity of the equations system, the proposed model achieved discrepancies below 4% compared to the measurements done.

Keywords: solar water heating, thermosiphon, simulation.