

MODELO ESTOCÁSTICO USANDO LA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES PARA LA ESTIMACIÓN DE LAS VELOCIDADES RELATIVAS HORARIAS DEL VIENTO EN LA CIUDAD DE POSADAS.

GUEIJMAN, Sergio; SCHVEZOV, Carlos.

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales. Universidad Nacional de Misiones,
Félix de Azara 174, (3300) Posadas, Misiones. FAX: (0752) 25414

RESUMEN

En el presente trabajo se realiza un estudio estadístico exhaustivo de las velocidades relativas de los vientos promedios horarias como una variable aleatoria a partir de mediciones propias efectuadas cada media hora durante un período de un año de las velocidades relativas del viento en el Campus de la U.Na.M. (Latitud: 27° 29' Sur ; Longitud: 55° 54' Oeste ; Altitud aproximada: 130 m.s.n.m) medida a dos metros sobre el nivel del suelo. A partir del análisis estadístico de los datos, se aplica un modelo estocástico basado en la metodología del análisis de series temporales desarrollado por Box y Jenkins (1976) para la estimación de las velocidades relativas horarias del viento en un determinado mes del año. Se efectúan comparaciones entre los datos generados mediante el modelo y series reales de datos verificando la validez del modelo y su habilidad para reproducir el comportamiento aleatorio del viento en la ciudad de Posadas, Misiones, República Argentina.

INTRODUCCIÓN

Diversos trabajos tendientes a reproducir el comportamiento aleatorio de la velocidad del viento en diversas localidades y con variedad de datos experimentales han sido efectuados (Daniel y Chen, 1991; Nfaoui et al., 1996). Estos modelos parten de datos de velocidades absolutas de los vientos (dimensionales), tomando datos horarios medidos en diversas localidades, en distintas regiones geográficas y para diversos períodos de tiempo llegando a abarcar hasta 12 años de datos.

Sin embargo, el tratamiento estadístico de datos para diversas localidades y durante muchos años presenta algunos inconvenientes si se lo utiliza en la predicción de las velocidades horarias de los vientos, dado que, diversas localidades disponen de sensores de medición diversos, haciendo muy difícil la evaluación y comparación de datos provenientes de distintos sensores de medición. Diversas estaciones miden valores diferentes, algunas miden velocidades instantáneas y otras con anemómetros totalizadores en el período de 24 horas. Los períodos considerados en la totalización de los valores pueden a su vez también ser muy diferentes, algunas promedian los totales entre las 8:00 de un día y las 8:00 del día anterior y otras entre las 10:00 y las 10:00 horas, etc. por lo que la comparación de los datos se torna más dificultosa aún.

METODOLOGÍA

Para la realización de este estudio se siguió la siguiente metodología: El estudio estadístico abarca a una única estación experimental sita en el Campus Universitario de la U.Na.M. donde se instalaron diversos sensores, entre ellos un sensor de velocidad de viento que se conectó a uno de los canales digitales de un adquirente de datos que dispone de 32 canales analógicos y 4 canales digitales.

El sensor de velocidad del viento no fue calibrado ya que para la elaboración del modelo no se requieren velocidades absolutas del viento (dimensionales), sino simplemente velocidades relativas del viento y su variación en el transcurso de las horas para cada día del mes de un determinado año. Los valores de velocidad de viento medidos son orientativos de su variación con el transcurrir del tiempo y sus unidades se expresan en unidades de velocidad relativa (adimensionales). Las velocidades relativas se obtuvieron con respecto a la máxima velocidad de giro de las copeletas conseguida mediante rotación manual y que se fijó arbitrariamente en un valor igual a la unidad. De esta manera, se evita la necesidad de efectuar una calibración del instrumento para obtener valores precisos y exactos de la velocidad del viento innecesarios para el estudio estadístico.

La configuración del adquirente de datos se efectuó a fin de tomar valores instantáneos de velocidad relativa cada 30 minutos (0.5 horas), tanto durante las horas del día como durante las horas nocturnas, utilizándose para el análisis estadístico todas las horas. La adquisición de datos durante las horas nocturnas es beneficioso para el estudio estocástico, al contrario que lo que ocurre con la radiación global solar, aunque el problema de la variación diaria permanece (Daniel y Chen, 1991).

Con los datos propios de velocidad relativa instantánea del viento a una altura de 2 metros sobre el suelo, obtenidos cada media hora durante un período de un año (Noviembre de 1994 a noviembre de 1995) se ordenaron los mismos en forma semihoraria para todos los días de cada mes. La elección del ordenamiento por mes fue arbitraria, ya que podría haberse ordenado por estación del año, o anualmente. La selección mensual es quizás más representativa del comportamiento del viento como lo considera Nfaoui (1996).

Para cada semihora durante todos los días del mes se calcularon los promedios semihorarios, las desviaciones estándares semihorarias de las velocidades relativas, como puede observarse en la figura 1 para un dado mes (marzo de 1995), mediante las siguientes expresiones:

$$\bar{V}_{(h,m)} = \frac{\sum_{j=1}^M V_{(h,m,j)}}{M} \quad (1);$$

$$\sigma_{(h,m)} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (\bar{V}_{(h,m)} - V_{(h,m,j)})^2}{M}} \quad (2)$$

Donde: h = Semihora considerada

j = Día del mes

m = Número del mes

M = Número de días de un mes dado

A partir de los valores de velocidades promedio y de desviación estándar, se calcularon las velocidades semihorarias transformadas, mediante la relación:

$$V_{(h,m,j)}^{**} = \frac{V_{(h,m,j)} - \bar{V}_{(h,m)}}{\sigma_{(h,m)}} \quad (3)$$

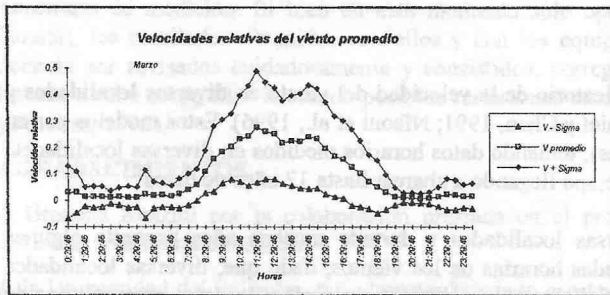


Figura 1. Velocidades relativas promedio semihorarias y desviación estándar calculada para todos los días en un mes.

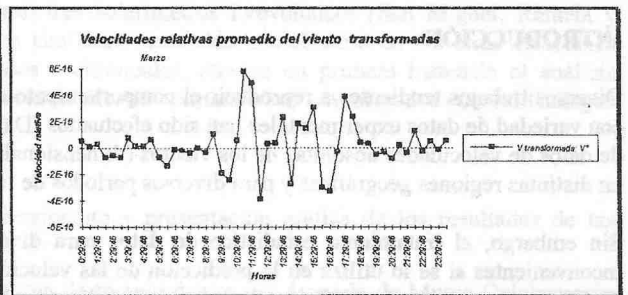


Figura 2. Velocidad relativa semihoraria transformada calculada para todos los días en un mes.

Esta clásica transformación de variables produce una distribución normal centralizada con promedio cero y variancia igual a la unidad. Analizando la evolución horaria de la velocidad relativa transformada, puede observarse que es una variable estacionaria aleatoria y no es necesario efectuar otras transformaciones a fin de eliminar la no estacionariedad diaria, como se muestra en la figura 2.

Para probar que la velocidad transformada V^* es realmente estacionaria, la expresión siguiente fue sugerida para estimar las funciones de autocorrelación (acf) de orden p para la semihora h de un mes dado m (Nfaoui, 1996):

$$r_p(h,m) = \sum_{j=1}^M (V_{(h,m,j)}^{**} * V_{(h+p,m,j)}^{**}) \quad (4)$$

$$y, \quad r_p(m) = \frac{\sum_{h=1}^J (r_p(h,m))}{J} \quad (5)$$

donde $r_p(m)$ es el promedio de la ecuación (4).

Si el proceso es estacionario, el promedio es la mejor aproximación posible para el coeficiente de autocorrelación de orden p para el mes considerado.

La figura 3 muestra los valores de los coeficientes de autocorrelación para el primero y cuarto orden y en la figura 4 se observan los valores promedio de la función de autocorrelación calculados para el mes de marzo. Los valores decaen exponencialmente, sin embargo el error de la estimación crece casi linealmente a medida que se aumenta el orden de la función de autocorrelación, como se observa en la figura 5, alcanzando valores de casi un 25 % a las 6 horas (12 medias horas). Una mejor estimación de la función de autocorrelación, se obtiene realizando un ajuste de los coeficientes de autocorrelación de orden p mediante alguna función conocida. Se calcularon diversos polinomios de interpolación de distintos grados, observándose que para obtener una estimación más precisa de la función de autocorrelación se debe llegar a polinomios de grado nueve, lo que disminuye la desviación estándar, pero requiere de un mayor tratamiento, tiempo y esfuerzo.

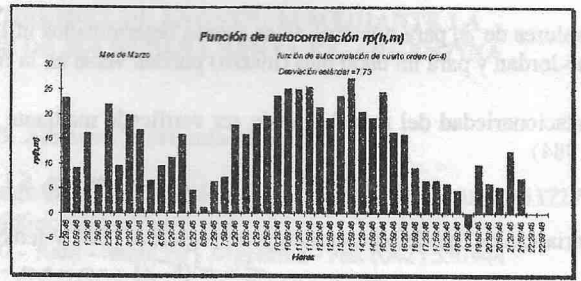
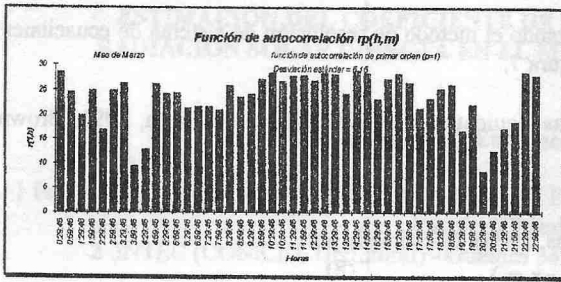


Figura 3. Función de autocorrelación de orden p para el mes de marzo

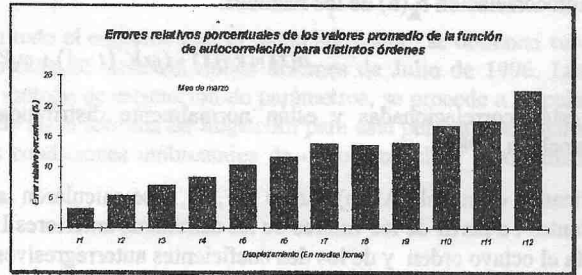


Figura 4. Valores promedio de las funciones de autocorrelación de orden p para el mes de marzo

Figura 5. Errores relativos porcentuales en la estimación de los valores promedio de las funciones de autocorrelación de orden p .

La figura 6 muestra la regresión de los valores de los coeficientes mediante gaussianas múltiples (de grado 3) y mediante un polinomio de interpolación de noveno grado. El ajuste polinómico de grado 9 muestra una menor desviación estándar en la estimación de la función de autocorrelación de orden 2 considerada para el mes de marzo (SD = 4.3) con respecto al valor promedio considerado anteriormente, para la función de autocorrelación (SD = 7.1).

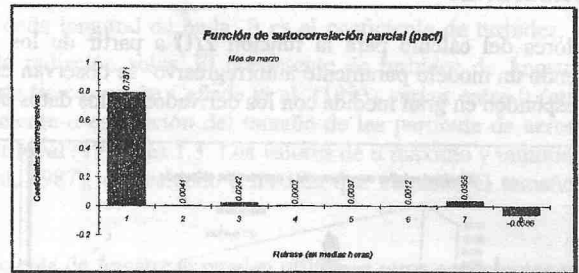
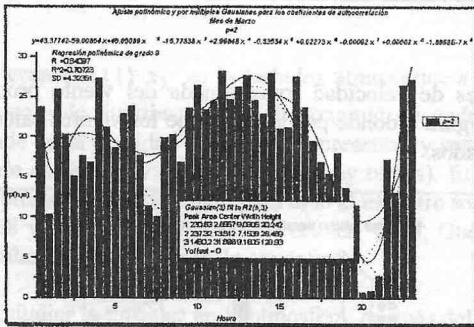


Figura 6. Ajuste polinómico y gaussiano múltiple de los coeficientes de autocorrelación para la determinación de la función de autocorrelación de orden $p=2$ para el mes de marzo.

Figura 7. Función de autocorrelación parcial (pacf) de las velocidades del viento transformadas para el mes de marzo.

Una clase de modelo que ha sido ampliamente utilizado o sugerido para la descripción de series temporales es el modelo ARMA (Nfaoui et al., 1996), que fue construido utilizando la metodología de análisis de series de tiempo desarrollado por Box y Jenkins (1976). Un proceso ARMA de orden p y q se expresa por la siguiente función:

$$Z(t) = \sum_{i=1}^p \varphi_i Z(t-i) + \sum_{i=1}^q \theta_i w(t-i) + w(t) \quad (6)$$

Donde: φ_i = Parámetros autoregresivos

θ_i = Parámetros de movimiento promedio

$Z(t)$ = Velocidad transformada semihoraria del viento para el instante t

$w(t)$ = Ruido aleatorio normalmente distribuido con promedio cero. Variancia de los datos observados.

p y q = Orden del operador autoregresivo y del operador de movimiento promedio.

Es claro que el segundo término de la derecha es cero si el modelo es puramente autorregresivo AR(p).

Las funciones de autocorrelación parciales (pacf) pueden ser determinadas por la ecuación:

$$r_k = \varphi_1 r_{k-1} + \varphi_2 r_{k-2} + \dots + \varphi_p r_{k-p} \quad (7)$$

donde φ_i son los coeficientes autorregresivos considerando la dependencia del viento a un dado instante de las velocidades del viento en las horas anteriores.

Los valores de φ_i para nuestros datos fueron determinados utilizando el método de resolución de sistema de ecuaciones de Gauss-Jordan y para un dado mes (marzo) pueden verse en la figura 7.

La estacionariedad del modelo puede ser verificada mediante las siguientes condiciones (Daniel y Chen, 1991; Brown et al., 1984)

$$\varphi_1 + \varphi_2 \leq 1 \quad ; \quad \varphi_1 - \varphi_2 \leq 1 \quad ; \quad -1 \leq \varphi_1 \leq 1$$

La variancia del modelo puramente autorregresivo (Box y Jenkins, 1976) es estimada por:

$$\sigma_p^2 = \sigma^2 (V^{**}) (1 - r_1 \varphi_1 - r_2 \varphi_2 - \dots - r_p \varphi_p) \quad (8)$$

Y el modelo es adecuado si los datos simulados se corresponden en gran medida con los datos observados y las funciones de autocorrelación $r_k(a)$ de los residuos:

$$a(t) = V^{**}(t) - (\varphi_1 V^{**}(t-1) + \varphi_2 V^{**}(t-2) + w(t)) \quad (9)$$

no están correlacionadas y están normalmente distribuidas con promedio cero y variancia $1/(MJ-2)$ (Blanchard y Desrochers, 1984).

Aplicando el modelo AR(p) para $p = 1, 2, 3, \dots$ se calcularon las velocidades transformadas semihoraria del viento para los instantes t a partir de los valores de las semihoras anteriores. Los valores promedio de las funciones de autocorrelación $r_{(p,m)}$ hasta el octavo orden y de los dos coeficientes autorregresivos φ_i para un mes dado (marzo) se observan en la tabla 1.

Tabla 1. Funciones de autocorrelación promedio y coeficientes autorregresivos promedios para los valores de velocidad transformada del viento, calculados hasta la octava semihora de todos los días del mes de marzo.

	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8
Función de autocorrelación	30	23.61	19.42	15.95	14.02	12.25	11.54	10.25	10.10
		ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	ϕ_7	ϕ_8
Coefficientes autorregresivos		0.7871	0.0041	0.0242	0.0002	0.0037	0.0012	0.0355	-0.0586

CONCLUSIONES

Los valores del cálculo para la función $Z(t)$ a partir de los valores de velocidad transformada del viento promedio, suponiendo un modelo puramente autorregresivo se observan en la figura 8 donde puede verse que los valores calculados se corresponden en gran medida con los derivados de los datos observados.

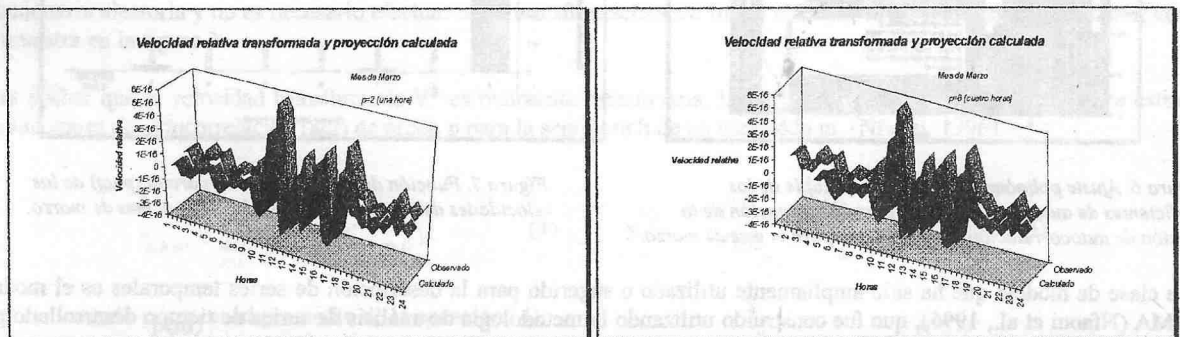


Figura 8. a) Velocidades del viento transformadas semihorarias observadas y calculadas para la segunda media hora ($p=2$); b) Ídem para la octava media hora ($p=8$)

Una mejor correspondencia con los datos observados se obtiene a partir de la determinación de las funciones de autocorrelación mediante un polinomio de grado superior a tres, y calculando los parámetros de movimiento promedio a partir de la ecuación (6), lo que implica suponer que el modelo no es puramente autorregresivo.

REFERENCIAS

- Blanchard M. y Desrochers G. (1984) *Generation of autocorrelated wind speeds for wind energy conversion system studies*. Solar Energy 33, pp. 571-579.
- Box J. E. P. y Jenkins G. M. (1976) *Times Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden-day, San Francisco.
- Brown B.G., Kats, R. W. y Murphy A.H. (1984) *Times series models to simulate and forecast wind speed and wind power*. J. Clim. Appl. Meteorology. 23, pp 1184-1195.
- Daniel A. R. y Chen A. A. (1991) *Stochastic simulation and forecasting of hourly average wind speed sequences in Jamaica*. Solar Energy. Vol. 46, pp. 1-11.
- Nfaoui H.; Buret J.; Sayigh A. M. (1996) *Stochastic simulation of hourly average wind speed sequences in Tangiers (Morocco)*. Solar Energy. Vol. 56, N° 3, pp. 301 - 314.