

SIMULACION DE LA VENTILACION EN EDIFICIOS

Gladys CANCINOS, Marcela LOPEZ, Luis CARDON
INENCO, Consejo de Investigación de la UNSa
Universidad Nacional de Salta,
Buenos Aires 177, 4400, Salta

Resumen

Ante la exigencia de mayor calidad de aire en los edificios, se impone la necesidad de lograr un mejor sistema de ventilación y su óptimo funcionamiento. El presente trabajo tiene como parte principal la simulación de la ventilación en edificios, mediante el planteo de una red de nodos de presión y componentes que lo conectan, que representan el efecto de aberturas, viento, sistemas mecánicos de ventilación, diferencias de temperatura y combinaciones entre ellos. El tratamiento sigue la aplicación de Haghighat [1] de la Teoría de Sistemas y del método de la Tabla Nodal. Permite deducir el sistema de ecuaciones gobernantes directamente de la representación gráfica del modelo. El método de resolución a usar es el de Newton Raphson, cuya implementación computacional resulta sencilla y eficiente.

El diseño de la interfase que provee la entrada de datos se basa en la filosofía "Orientada a objetos".

Mecanismos impulsores

La ventilación natural y la infiltración en un edificio son impulsadas por diferencias de presión originadas por viento, diferencia entre la temperatura interior y exterior y la operación de aparatos tales como artefactos de combustión y sistemas mecánicos de ventilación.

Presión de viento

Cuando el viento choca con un edificio, crea una distribución de presión estática sobre su superficie exterior, que depende de la dirección del viento y del lugar afuera del edificio y es independiente de la presión adentro del edificio. Las presiones de viento son positivas con respecto a la presión estática en la corriente no perturbada sobre el lado protegido de un edificio y negativa en los lados desprotegidos. La presión de viento está dada por:

$$P^w = C_p \left(\frac{1}{2} \rho V_h^2 \right) \quad (1)$$

P^w : presión en la superficie, relativa a la presión estática en el flujo no perturbado en P_a , ρ : densidad del aire en Kg/m^3 , v : velocidad de viento en m/s , C_p : coeficiente superficial de presión.

Diferencias de presión causadas por convección

Las diferencias de temperatura entre el interior y el exterior causa diferencias de densidad y por lo tanto diferencias de presión que impulsan la infiltración. La diferencia de presión entre dos zonas, debida a las diferencias de temperatura a distintas alturas está dada por:

$$\Delta P = \frac{P_a}{R_a} g \left(\frac{h_{ij}}{T_{ij}} - \frac{h_{ji}}{T_{ji}} \right) \quad (2)$$

P_a es la presión atmosférica en P_a , h_i y h_j son las alturas de las aberturas medidas con respecto a la altura nodal de referencia de i y j y T_i y T_j son las temperaturas en las zonas i y j .

Sistemas mecánicos

El funcionamiento de sistemas mecánicos de ventilación causan diferencias de presión que provocan el movimiento de aire en un edificio. Los cambios en las diferencias de presión y en el flujo de aire causados por equipos mecánicos no son predecibles a menos que se conozca la posición de las aberturas en la "piel" del edificio y el flujo de aire a través de cada una de ellas.

Descripción de la técnica

El modelo representativo del problema consiste en un conjunto de componentes interconectados, que representados gráficamente constituyen una red de líneas y puntos que se denominan bordes y nodos respectivamente. Los nodos están conectados entre sí por bordes, y el gráfico se denomina gráfico terminal. Los bordes pueden representar resistencias de flujo de aire, efecto de stack, presión de viento y sistemas mecánicos de ventilación, por lo tanto una componente física puede ser representada por uno o una combinación de bordes. Los nodos representan la conexión entre dos o más bordes. Dos tipos de variables describen el estado de un borde: fuerzas y flujos. Las primeras son medidas como una diferencia entre los valores en dos puntos del modelo o entre un punto en el modelo y un punto de referencia; las segundas representan el flujo de una cantidad que atraviesa una sección transversal elemental del modelo. Las relaciones matemáticas entre fuerzas y flujos se llaman ecuaciones terminales. Estas relaciones pueden ser funciones de los flujos, $\Delta P = g(Q)$ o bien funciones de las fuerzas, $Q = f(\Delta P)$. Existen otras relaciones entre estas variables y se basan en la topología del gráfico y se denominan: postulado de vértice y postulado de circuito. Estas dos leyes se conocen comúnmente como las dos leyes de Kirchhoff. La primera enuncia una conservación de la masa, y establece que la suma orientada de los flujos en cualquier nodo es cero. La suma orientada de los flujos en un nodo asigna signo positivo cuando la variable está orientada desde el nodo y negativa si la variable está orientada hacia el nodo. La segunda ley establece que la suma orientada de las fuerzas a lo largo de un circuito cerrado es cero. La primera ley en forma matricial viene dada por:

$$IY = 0 \quad (3)$$

en la que Y es el vector de variables que representan flujos e I es la matriz de incidencia, que en concordancia con la primera ley de Kirchhoff, puede ser derivada de la topología del gráfico de acuerdo a la definición de sus elementos, dada como sigue:

$$I_{(i,j)} = \begin{cases} 1, & \text{si el } j\text{-ésimo borde conecta al nodo } i \text{ entrando al mismo.} \\ -1, & \text{si el } j\text{-ésimo borde conecta al nodo } i \text{ saliendo del mismo.} \\ 0 & \text{si no hay conexión.} \end{cases} \quad (4)$$

Así se tiene una matriz de p filas y q columnas, en correspondencia con p nodos y q bordes en el gráfico, en la cual todas las columnas tienen un $+1$ y un -1 ; en consecuencia las filas de la matriz de incidencia son linealmente dependientes. Borrando una de las filas se obtiene una matriz cuyas filas son linealmente independientes, la que recibe el nombre de matriz de incidencia reducida, designada con I^* , que cumple:

$$I^* Y = 0 \quad (5)$$

El nodo correspondiente a la fila de I que no está en I^* se denomina nodo de referencia. Usualmente se escoge como nodo de referencia a aquel que representa a la atmósfera. Con respecto a las variables que representan fuerzas, la teoría de sistemas muestra que cualquiera de éstas puede ser escrita como una combinación lineal de las variables nodales, esto es:

$$X = I^T \phi \quad (6)$$

en la que X es el vector de variables que representan fuerzas y ϕ es el vector de variables nodales. Las componentes del vector de variables nodales son medidas hechas en cada nodo con respecto al nodo de referencia. En el presente problema, las variables nodales son las presiones en los nodos, medidas con respecto a la presión atmosférica.

Ecuaciones gobernantes

En virtud del hecho que en un sistema de flujo de aire, los flujos correspondientes a efectos de convección o combinación de efecto de stack y presión de viento son conocidos y los correspondientes a resistencias de flujo de aire son desconocidos, se hace la partición de los bordes en f de resistencia de flujo y k de fuerzas impulsoras. por otro lado los nodos se dividen en n nodos que representan habitaciones y k nodos restantes. Así, estas particiones se manifiestan como sigue en las ecuaciones ya discutidas:

ecuación de vértice:

$$\begin{bmatrix} I_{nf} & I_{nk} \\ I_{kf} & I_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_f \\ Y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ecuación de transformación nodal:

$$\begin{bmatrix} X_f \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{nf} & I_{kf} \\ I_{nk} & I_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_n \\ \phi_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

La matriz I particionada puede simplificarse si se usan las siguientes convenciones en cuanto a la numeración de nodos y bordes y en cuanto al sentido de éstos últimos. Se numeran primero los n nodos que representan habitaciones y los f bordes que representan resistencias de flujo. Los k nodos y los k bordes restantes se numeran de afuera hacia adentro, de tal manera que el valor absoluto de la diferencia entre los números asignados a un nodo y un borde, siendo los dos

consecutivos, permanece constante. En cuanto al sentido de los bordes, los bordes de presión afuera, saliendo del nodo cero, los de efectos de convección interiores, saliendo de los n nodos y los de resistencia de flujo en aberturas con sentidos arbitrarios. De esta manera se obtiene que la sub matriz I_{nj} es una matriz nula, puesto que ningún borde de resistencia se conecta a un nodo habitación y que la I_{kk} es una matriz identidad negativa. Con estos resultados, de la ecuación 7 se obtiene la ecuación reducida de vértice:

$$IIY_f = 0 \quad (9)$$

donde $II = I_1 I_2$, habiendo llamado $I_1 = I_{nk}$, $I_2 = I_{kf}$. II es la matriz reducida de incidencia de un gráfico de conexión física de un edificio en el que hay tantos nodos como habitaciones haya más el nodo atmosférico, y bordes representativos de las aberturas. De la ecuación 8 se obtiene:

$$X_f = II\phi_n - I_2^T X_k \quad (10)$$

El segundo término de la ecuación 10 es un vector en el que cada término representa el efecto de la combinación de la presión de viento con la de stack sobre una puerta. Haciendo:

$$P_f = -I_2 X_k \quad (11)$$

se obtiene:

$$X_f = II\phi_n + P_f \quad (12)$$

donde P_f viene dada por:

$$[P_f]_l = \frac{P_a}{R_a} g \left(\frac{h_{lj}}{T_{lj}} - \frac{h_{li}}{T_{li}} \right) \quad (13)$$

si la abertura l comunica las habitaciones i y j , y

$$[P_f]_l = P_l^w + \frac{P_a}{R_a} g \left(\frac{h_{lj}}{T_{lj}} - \frac{h_{li}}{T_{li}} \right) \quad (14)$$

si la abertura l comunica una habitación con el ambiente exterior.

La ley de potencia describe una forma de obtener el flujo de aire a través de una abertura:

$$Q = K \Delta P^n \quad (15)$$

k : permeabilidad de la abertura, n : su valor está en el rango 0.5 - 1.0 dependiendo del tipo de flujo, $n = 0.5$ si el flujo es turbulento y $n = 1.0$ si es laminar.

Algoritmo de resolución y su implementación

La técnica de resolución del conjunto de ecuaciones es iterativa, puesto que se trata de un conjunto de ecuaciones no lineales. La solución, que en este caso da las presiones en los nodos, se va ajustando progresivamente, hasta cumplir con la condición de convergencia. El ajuste se realiza mediante un término correctivo, dado por el método de resolución empleado. En este trabajo, según lo sugerido por Haghghat [1] es el bien conocido método de Newton-Raphson. Las ecuaciones terminales (o de flujo) de los bordes de resistencia de flujo vienen dadas por:

$$Y_f = F(X_f) \quad (16)$$

que junto con las ecuaciones 9 y 12 llevan a:

$$II\{F(II^T \phi_n + P_f)\} = 0 \quad (17)$$

La ecuación 17 da el sistema de ecuaciones gobernantes para el sistema de flujo de aire del edificio dado. De acuerdo al método de Newton-Raphson :

$$\phi_n^{k+1} = \phi_n^k - \left[\frac{\partial}{\partial \phi_n} II\{F(II^T \phi_n + P_f)\} \right]^{-1} \times [II\{F(II^T \phi_n + P_f)\}] \quad (18)$$

Resolviendo la derivada, teniendo en cuenta que $F = F(X_f)$ y que a su vez X_f es combinación lineal de las variables nodales, se obtiene:

$$J = II \left(\frac{dF(X_f)}{dX_f} \right) II^T \quad (19)$$

donde $D = \frac{dF(X_f)}{dX_f}$

es una matriz diagonal. Cada elemento diagonal se llama admitancia dinámica de la abertura i , y viene dado por:

$$D_{ii} = \frac{d[K_i X_i^{n_i}]}{dX_i} = n_i K_i (X_i)^{(n_i-1)} \quad (20)$$

A la matriz J se le llama matriz de admitancia nodal dinámica. Como podrá apreciarse, en el ejemplo a desarrollarse posteriormente, la matriz de admitancia nodal dinámica puede obtenerse de la topología nodo-borde, de acuerdo a lo siguiente: 1) los elementos J_{ii} de la diagonal resultan de la suma de las admitancia dinámicas de los bordes de resistencias representativos de aberturas que comunican a la habitación i . 2) los elementos extradiagonales J_{ij} resultan de la suma de las admitancias dinámicas de los bordes que representan puertas que comunican la habitación i con la j .

La ecuación 18 puede escribirse en la forma :

$$\phi_n^{k+1} = \phi_n^k + C^k \quad (21)$$

en donde el término correctivo c_k se calcula de:

$$II D II^T C^k = -II Y_f^k \quad (22)$$

El valor inicial del vector de variables nodales se calcula aproximando la caución 16 por una relación lineal, esto es:

$$Y_f = A + B X_f \quad (23)$$

Así la ecuación de vértice es un conjunto de ecuaciones lineales de la forma:

$$II (A + B(II^T \phi_n^0 + P_f)) = 0 \quad (24)$$

entonces obtenemos:

$$\phi_n^0 = -(IIBII^T)^{-1}II(A + BP_f) \quad (25)$$

Como puede apreciarse, la implementación de métodos computacionales requiere únicamente de los datos de conexión física, características de las puertas, temperatura de las habitaciones y del exterior, presión de viento, si la hay, en las puertas y presión atmosférica.

Interfase de entrada de datos

En la simulación se necesita información acerca de la disposición de las habitaciones, aberturas y características de cada una de ellas. Este ingreso de información puede resultar un tanto tedioso para el usuario, es por ello que se trata de desarrollar una interfase amigable, a través de la cual lograr su ingreso. Esta interfase se está desarrollando con la técnica de análisis de prototipación, siendo este el primer prototipo de la misma. El producto final se desea sea gráfico, con una serie de facilidades para el usuario, que en este momento no se cuenta. Este prototipo tampoco cuenta con gráficos, sólo tiene una serie de mensajes y menú que guían al usuario en las acciones que puede realizar. Está desarrollado con la filosofía del diseño y programación orientados al objeto, es por ello que está implementado en el lenguaje C++, el cual soporta este tipo de programación. Bajo la filosofía del diseño y programación orientados al objeto, el sistema que se está estudiando se divide en objetos, alguno de los cuales son fácilmente detectados en esta interfase, como ser las habitaciones y aberturas. Las CLASES son una especificación genérica para un conjunto de objetos, que son las instancias de las clases. Es digno destacar que como los objetos se comunican entre sí sólo por mensajes, mientras no se modifique estos mensajes, las acciones que ellos desencadenan pueden ser alteradas sin necesidad de cambiar a los demás objetos. Esta es otra razón por la cual se decide trabajar con esta filosofía, ya que se preve que en futuros prototipos de la interfase los objetos pueden cambiar e incluso agregarse otras clases. Se cuenta hasta el momento con tres clases que se consideran las básicas para el desarrollo de esta interfase, aunque seguramente, en el producto final no serán las únicas. Estas clases son:

HABITACION: lleva una lista con el número de cada abertura que posee, como así también la altura a la que se encuentra y la temperatura; y un número entero que identifica a cada uno de los objetos habitación.

ABERTURA: posee un conjunto de información que se refiere por un lado, a las características de cada objeto abertura, como ser presión y valores de N y K ; y por el otro lado, lleva información del estado de cada una de las aberturas, es decir, el número de abertura y las habitaciones que conecta.

COLITA: esta clase es una "cola" de habitaciones. Cada nodo de esta cola tiene un puntero que referencia a alguno de los objetos habitación.

Cada una de estas clases tienen definida un conjunto de mensajes con los cuales se activan las acciones necesarias para el funcionamiento de la interfase. La interfase presenta una pantalla en la cual se describe la forma en la que se solicita el ingreso de los datos. Estos datos son las identificaciones tanto de la abertura como de las habitaciones que esta abertura comunica. Lo primero que solicita es el número de abertura y luego las habitaciones que esta comunica. El número cero se reserva, en un sentido, para indicar el ENTORNO, cuando este es tomado como número de habitación, y en el otro sentido, para establecer que se desea terminar el ingreso de los datos, cuando es tomado como número de abertura. Luego del ingreso de estos datos, se presenta un menú con una serie de opciones destinadas a facilitarle al usuario alguna modificación de la

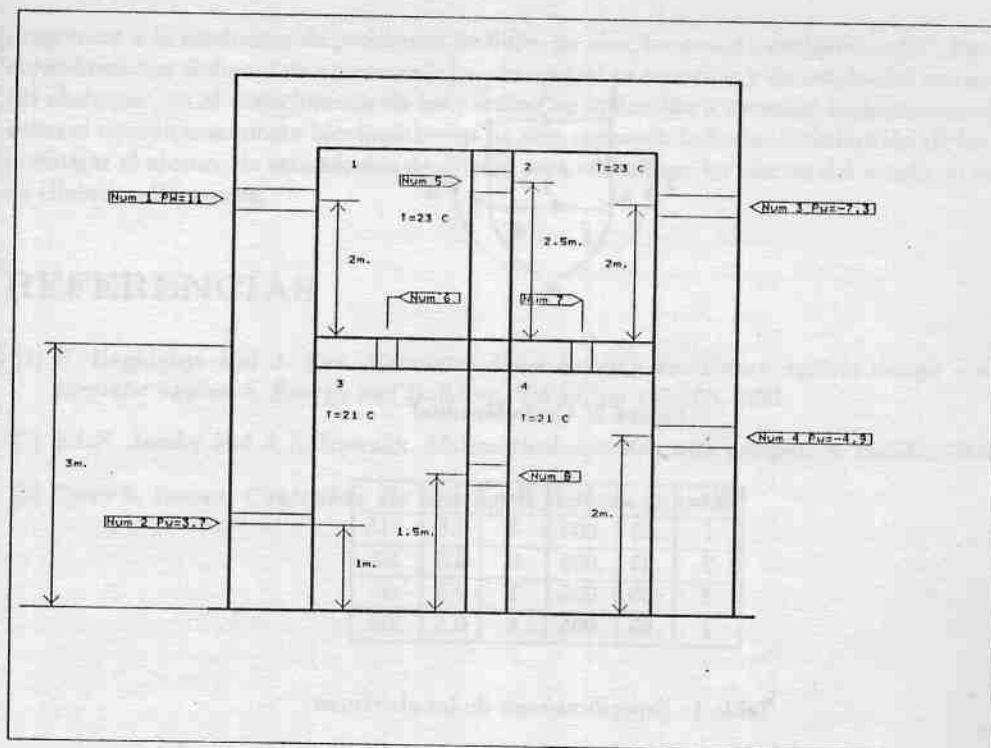


Figura 1: Una casa con cuatro habitaciones.

información ingresada. Cuando el usuario termina las modificaciones, el sistema controla que los números de identificación, tanto de habitaciones como de aberturas, sigan un orden secuencial creciente; si no lo es, emite un mensaje y despliega nuevamente el menú antes citado para que el usuario modifique esta situación, de lo contrario, crea la matriz de incidencia, respetando las convenciones ya citadas y calcula la matriz II. Luego despliega un menú para el ingreso de las características de habitaciones y aberturas, las cuales pueden o no ser ingresadas, ya que tienen valores por defecto. En este menú existe una opción que es "IMPRIMIR TODO" con la cual se genera un archivo para documentación, cuyo nombre es solicitado por el sistema al usuario. Este archivo es creado con caracteres ASCII, por lo que cualquier procesador de texto que reconozca estos caracteres puede ser utilizado para trabajar el archivo. Al terminar de trabajar con el menú, se vuelca toda la información a un archivo llamado DATOS.TRJ, el cual es el vínculo entre la interfase y el programa que procesa toda la información, la cual es tomada desde este archivo.

Aplicación

Se toma como ejemplo de aplicación una casa de cuatro habitaciones y ocho puertas. La figura 1 muestra un corte transversal de la misma, allí se indican también las alturas de las aberturas, las presiones de viento y atmosférica (en Pa) y la temperatura en cada habitación y en el exterior. La figura 2 muestra el gráfico de conexión física correspondiente.

La Tabla 1 muestra las especificaciones de las aberturas.

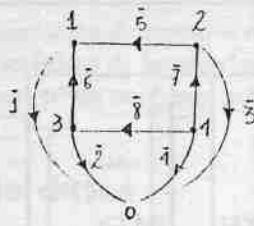


Figura 2: Grafo terminal

Nro	n	K	Nro	n	K
1	.65	.005	5	0.5	.015
2	.65	.005	6	0.5	.02
3	.65	.005	7	0.5	.02
4	.65	.005	8	0.5	.02

Tabla 1: Especificaciones de las aberturas

Las matrices de incidencia I y de admitancia nodal J son:

$$\begin{matrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1
 \end{matrix} \quad (26)$$

Matriz II

$$\begin{matrix}
 D_1 + D_5 + D_6 & & -D_5 & & -D_6 & & 0 \\
 -D_5 & D_3 + D_5 + D_7 & & & 0 & & -D_7 \\
 -D_6 & & 0 & D_2 + D_6 + D_8 & & & -D_8 \\
 0 & & -D_7 & & -D_8 & D_4 + D_7 + D_8 &
 \end{matrix} \quad (27)$$

Matriz de admitancia nodal dinámica

Observar que la matriz II es en efecto la matriz reducida de incidencia del gráfico de conexión física mostrado en la figura 3. La matriz de admitancia nodal dinámica se muestra en la figura 2. Como puede apreciarse, las matrices, II y J se obtienen fácilmente de la topología nodo-borde.

Alcances y Conclusiones

Se escribió un programa que implementa la técnica de Haghighat [1] para el cálculo de flujos de aire en viviendas, y el primer prototipo para una interfase de entrada de datos de diseño orientado a objetos. Se efectuaron corridas de prueba del programa con resultados satisfactorios que aún deben validarse contrastándose con cálculos independiente. La aplicación de este tipo

programas a la resolución de problemas de flujos de aire, humedad, contaminantes, humo, etc., en edificios con sistemas de aire acondicionado central es conocida y de resultados comprobados. No obstante, en el conocimiento de los autores, su aplicación a sistemas menos convencionales, como el acondicionamiento bioclimático no ha sido encarada todavía. Es intención de los autores investigar el alcance de esta técnica de cálculo para cuantificar los efectos del viento en viviendas de climatización pasiva.

David HOYOS, José CARLOS
 Centro de Investigación de la UTM
 Universidad Nacional de Loja

REFERENCIAS

- [1] F. Haghighat and J. Rao. *Computer-Aided building ventilation system design - a system theoretic approach*. Energy and Building, Vol 17, pp 147-155, 1991.
- [2] S.L.S. Jacoby and J. S. Kowalik. *Matemática modeling with computers*. Prentice-Hall, 1980.
- [3] Terry S. Boutet. *Controlling air movement*. McGraw-Hill, 1987

El sistema de adquisición y control

El sistema de adquisición y control de datos se basa en un ordenador personal (PC) con tarjeta de adquisición de datos y tarjeta de salida de control. Para la adquisición de datos se utiliza un convertidor analógico-digital (ADC) de 12 bits y para el control se utiliza un convertidor digital-analógico (DAC) de 12 bits.

El sistema de adquisición y control de datos se basa en un ordenador personal (PC) con tarjeta de adquisición de datos y tarjeta de salida de control. Para la adquisición de datos se utiliza un convertidor analógico-digital (ADC) de 12 bits y para el control se utiliza un convertidor digital-analógico (DAC) de 12 bits.

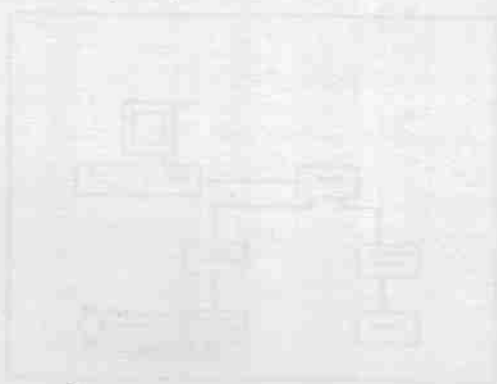


Figura 1. Diagrama de flujo del sistema de adquisición y control de datos.