

## MODELO PARA CHIMENEAS SOLARES\*

Jorge L. Guerrero y Rubén S. Wainschenker.

IAS/FABA, Instituto de Arquitectura Solar.  
Diagonal 79 N° 526, 1900 - La Plata.

### RESUMEN

Se busca una relación entre el caudal de aire circulante por una chimenea solar y la radiación que incide sobre ella y se llega a expresiones que resuelven el problema, conformando en sí el modelo. Se lo aplica en un ejemplo y se comentan las características que deben reunir las cámaras para el buen funcionamiento del sistema.

### 1. NOMENCLATURA

- a -Difusividad térmica del aire ( $m^2/seg$ ).
- Ex -Caudal de aire en la sección x de la cámara ( $m^3/seg$ ).
- Grx\* -Número de Grashof modificado, definido en la Ec. 6) (adim).
- Grxs\* -Número de Grashof modificado, definido en la Ec. 7) (adim).
- $I_T$  -Radiación solar global sobre la cubierta ( $W/m^2$ ).
- g -Aceleración de la gravedad ( $m/seg^2$ ).
- h -Coeficiente superficial de transferencia de calor ( $W/m^2K$ ).
- k -Conductividad térmica del aire ( $W/mK$ ).
- L -Valor de x al final de la cámara. Usado como subíndice indica que la magnitud corresponde a dicho punto. (m).
- N -Atenuación por nubosidad (3) (adim).
- Nu -Número de Nusselt definido en Ec. 15) (adim).
- Pr -Número de Prandtl, igual a  $v/a$  (adim).
- q -Calor pasante a la cámara ( $W/m^2$ ).
- q<sub>p</sub> -Calor perdido al exterior ( $W/m^2$ ).
- Rax\* -Número de Rayleigh definido en Ec. 8) (adim).
- s -Pendiente respecto a la vertical (grad).
- S -Área de la cubierta. ( $m^2$ ).
- T -Temperatura del aire (K).
- T<sup>∞</sup> -Temperatura del aire lejos de la cubierta (K).
- T<sub>i</sub> -Temperatura del aire interior lejos de la cubierta (K).
- T<sub>a</sub> -Temperatura del aire exterior lejos de la cubierta. (K).
- T<sub>p</sub> -Temperatura de la cubierta metálica, considerada igual en ambas caras (K).
- V -Velocidad definida en la Ec. 9) (adim).
- Y -Coordenada definida en la Ec. 10) (adim).

- x -Coordenada paralela a la cubierta con origen en su parte inferior (m).
- y -Coordenada perpendicular a la cubierta y con origen en esta (m).
- z -Coordenada perpendicular a x e y (m).
- α -Coeficiente de absorción solar (adim).
- β -Constante de dilatación volumétrica del aire (1/K).
- ε<sub>p</sub> -Emisividad infrarroja de la cubierta hacia el exterior (adim).
- ε<sub>eq</sub> -Emisividad infrarroja equivalente en la cámara (adim).
- ν -Viscosidad cinemática del aire ( $m^2/seg$ ).
- ω<sub>x</sub> -Componente x de la velocidad del aire (m/seg).
- ω<sub>y</sub> -Componente y de la velocidad del aire (m/seg).
- σ -Constante de Stefan-Boltzmann, igual a  $5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2K^4$ .

### 2. INTRODUCCION

La chimenea solar desempeña un papel fundamental como sistema pasivo destinado a la renovación del aire en el período cálido en edificios ubicados en zonas de escasa velocidad de viento. Normalmente configurada aprovechando cubiertas metálicas de edificios, emplea el calor solar para elevar la temperatura del aire contenido en una cámara por debajo de la misma, el cual comienza a ascender al disminuir su densidad.

Este elemento pasivo tiene como misión fundamental provocar el movimiento del aire empleando la energía solar incidente sobre él. Así el modelo no busca más que relacionar estas dos variables: la radiación solar y el caudal de aire movido.

La chimenea solar, contrariamente a las habituales, no es vertical, debido a que su empleo estival motiva pendientes de colección cercanas a la horizontal. Por ello la configuración

\* Parcialmente financiado por la SECYT, Programa de Energía No Convencional.

es similar a la de la Fig. 1 en la mayoría de los casos. Consta de tres partes principales: toma de aire, cámara de calentamiento y tobera de salida. La primera y la última cumplen fundamentalmente la misión de orientar el flujo de aire, tomándolo de lugares apropiados y evitando perturbaciones a su salida. Bajo determinadas circunstancias (buena aislación térmica y suficiente altura) la última puede contribuir al tiraje general del sistema.

La cámara de calentamiento es un colector solar, cumpliendo a la vez la función de "hogar" de la chimenea y de ducto principal donde realiza el aire su ascensión gravitacional.

Es pues esta cámara el objeto de estudio del modelo, ya que las otras partes sólo representan resistencias dinámicas al paso del aire.

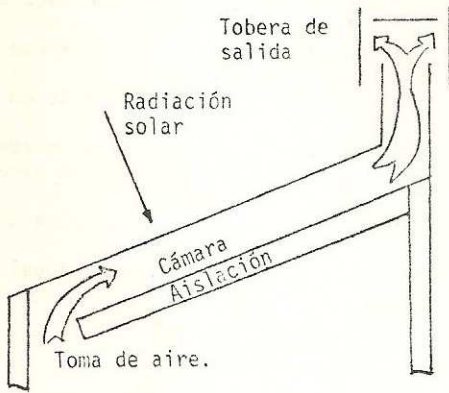


FIGURA 1.

### 3. ANALISIS DEL SISTEMA

Se considera al sistema bidimensional, es decir homogéneo según el eje z. Fig.2.

El análisis considera al sistema estacionario, enfoque que se basa en la baja inercia térmica (constante de tiempo pequeña) de estas chimeneas. Ciertamente, la cubierta metálica es altamente conductora, con calor específico relativamente bajo y con poca masa por unidad de superficie; además el aire interior, de bajo calor específico, se renueva rápidamente al circular a velocidades del orden del metro por segundo.

El sistema, representado en la Fig.2 está regido por el conjunto de las cinco ecuaciones siguientes:

Colección

$$I_{T\alpha} = q + q_p \quad (1)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

Roce viscoso y ascensión

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial x} = g_s(T - T_\infty) + v \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (3)$$

Energía

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4)$$

Caudal

$$G_x = z \int w_x(y) dy \quad (5)$$

Las ecuaciones 2,3 y 4 fueron resueltas en la referencia (1) para condiciones acordes con nuestro problema y para un flujo de calor constante. Luego fueron ampliados en (2) para desviaciones del campo gravitacional respecto al eje x. Las soluciones obtenidas son paramétricas respecto al número de Prandtl. Dado que en las chimeneas solares  $Pr=0,7$ , variando muy poco alrededor de este valor, se adoptaron las soluciones para el mismo.

Para emplear estas soluciones definimos los siguientes grupos adimensionales:

$$Gr_x^* = \frac{g \beta q_x x^4}{k v^2} \quad (*), \quad (6)$$

que cumple la misión del Gr normal, pero con un flujo constante de calor, el lugar de una constancia del salto de temperaturas, el cual es difícil conocer inicialmente,

$$Gr_{xs}^* = \frac{\beta q_x x^4}{k v^2} g \cos s, \quad (7)$$

similar al anterior pero considera la desviación del campo gravitacional respecto a x,

$$Rax^* = Gr_x^* Pr, \quad (8)$$

diferenciado de Rax normal por basarse en flujo de calor constante.

También debemos definir las siguientes variables adimensionales usadas en la solución:

$$Y = \frac{w_x x}{5v} \left( \frac{Gr_{xs}^*}{5} \right)^{-2/5}, \quad (9)$$

es la velocidad adimensional del aire,

$$y = \frac{y}{x} \left( \frac{Gr_{xs}^*}{5} \right)^{1/5}, \quad (10)$$

es la coordenada adimensional,

$$\theta(Y) = \left( \frac{Gr_{xs}^*}{5} \right)^{1/5} \frac{k}{q_x x} (T_\infty - T), \quad (11)$$

es la temperatura adimensional.

Surge de la solución rigurosa que la distribución de la temperatura  $T_p$  de la cubierta me-

(\*) Nótese que:

$$Gr_x^* = \frac{g \beta x^3 (T_p - T_\infty)_x}{v^2} \frac{h_x x}{k} = Gr_x Nux$$

pero interviene como  $Gr_x$  modificado.

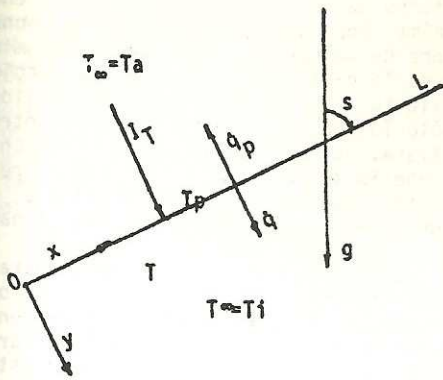


FIGURA 2.

tálica a lo largo del eje x, sigue una ley independiente de la pendiente y es la siguiente:

$$\frac{T_{px} - T_i}{T_{pL} - T_i} = \left(\frac{x}{L}\right)^{1/5} \quad (12)$$

En el gráfico de la Fig.3 se muestran los perfiles de la temperatura adimensional  $\theta$  y de la velocidad adimensional V, en función de la coordenada adimensional Y, los que se obtuvieron por interpolación no lineal de datos presentados en (1), para  $Pr=1$  y  $Pr=0,1$ .

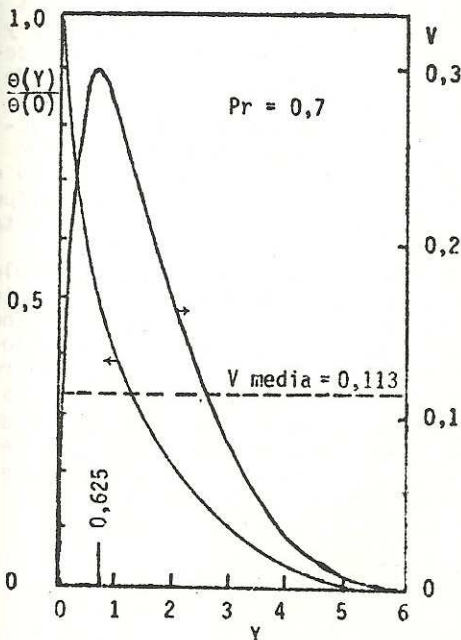


FIGURA 3.

A partir de la Ec.11) podemos hallar la temperatura media en la cubierta, o sea:

$$\overline{T_{px} - T_\infty} = \frac{5}{6} (T_{pL} - T_\infty) \quad (13)$$

que nos permitirá conocer el Nu medio.

Volviendo al objetivo de nuestro planteo, que es el conocimiento del caudal G en relación con la radiación solar incidente  $I_r$  y que es definido por la resolución de las Ec. 1) a 5), los pasos siguientes son hallar la correspondencia de los valores de las coordenadas y variables adimensionales con las dimensionales de la Ec. 5). Para esto debemos considerar los términos de calor intervinientes en la Ec.1) y con ellos encontrar nuestros valores del número de Grashof modificado.

Considerando las componentes convectivas y radiativas de los calores intervinientes en el segundo miembro de la Ec.1) resultan:

$$\dot{q} = \frac{5}{6} h (T_{pL} - T_i) + h_r (T_{pL}^4 - T_i^4) \quad (14a)$$

$$\text{y} \quad \dot{q}_p = \frac{5}{6} h (T_{pL} - T_i) + h_r (T_{pL}^4 - T_i^4), \quad (14b)$$

donde  $h = (k Nu/L)$  es el coeficiente convectivo de transferencia y  $h_r$  el radiativo que en cada una de las ecuaciones toma un valor particular.

El valor de Nu podemos deducirlo de las Ec. 7) y 13) resultando con la parte convectiva de la Ec. 14):

$$Nu = \left(-\frac{6}{5^{6/5} \theta(0)}\right)^{5/4} \left(\frac{\beta(T_{px} - T_\infty)L^3}{\nu^2} g \cos s\right)^{1/4} \quad (15)$$

El valor de  $\theta(0)$  para  $Pr = 0,7$ , según (1) es igual a  $-1,522$ .

Expresión válida mientras se mantenga el flujo laminar y esto ocurre mientras se cumpla

$$Rax^* < 6,31 \cdot 10^{12} e^{-0,0705S} \quad \text{para } T_\infty = T_i \quad (16)$$

$$Rax^* < 6,31 \cdot 10^9 e^{-0,192S} \quad \text{para } T_\infty = T_a \quad (17)$$

siendo para el calor hacia abajo la Ec.16) y para el calor hacia arriba la Ec.17).

De esta manera los términos de la Ec.1) resultan:

$$\dot{q} = Nu \frac{k}{L} (T_p - T_i) + \epsilon_{eq} \sigma (T_p^4 - T_i^4), \quad (18)$$

$$\dot{q}_p = Nu \frac{k}{L} (T_p - T_a) + \epsilon_p N \sigma (T_p^4 - T_a^4), \quad (19)$$

usando en cada caso el Nu correspondiente.

Resolviendo entonces la Ec.1 y hallando consecuentemente el valor de  $\dot{q}$  podemos encontrar el valor de todas las demás variables y en particular los coeficientes dimensionales de correspondencia entre las velocidades y las coordenadas, adimensionales y dimensionales. Con estos valores y los presentados graficamente en la Fig. 3) se obtienen los valores que resuelven la ecuación del caudal, Ec. 5).

#### 4. APLICACION DEL MODELO

A fin de ejemplificar el uso del modelo, su-

pongamos una chimenea solar cuyas dimensiones sean:  $L=3\text{m}$ ;  $z=1\text{m}$ ;  $s=75^\circ$  ( $15^\circ$  desde la horizontal);  $\alpha=0,65$ ;  $\epsilon_p=0,13$ ;  $\epsilon_{eq}=0,11$ ;  $k=2,67\text{ W/mK}$ ; y sean las condiciones del día  $T_a=33^\circ\text{C}$  ( $306\text{ K}$ );  $T_i=28^\circ\text{C}$  ( $301\text{ K}$ );  $N=0,65$ ;  $I_T=700\text{ W/m}^2$ .

En base a las Ec. 15), 18) y 19) tenemos:

$$\dot{q} = 6,57 (T_p - 301)^{5/4} + 6,24 \cdot 10^{-9} (T_p^4 - 301^4)$$

$$\dot{q}_p = 6,57 (T_p - 306)^{5/4} + 5,82 \cdot 10^{-9} (T_p^4 - 306^4)$$

y como por la Ec. 1) debe ser

$$\dot{q} + \dot{q}_p = 455\text{ W/m}^2$$

dando incrementos a  $T_p$  podemos hacer que se cumpla esta expresión. Para nuestro caso resulta  $T_p = 320\text{ K}$  ( $47^\circ\text{C}$ );  $\dot{q} = 275\text{ W/m}^2$ .

Despejando de las Ec. 9) y 10), hallamos las relaciones:

$$y = 0,02Y$$

$$\omega x = 0,54V$$

Con estas relaciones podemos hallar la velocidad media  $0,06\text{ m/s}$ , la máxima,  $0,16\text{ m/s}$  (de la Fig. 3), así como también a que distancia de la cubierta estará el máximo de velocidad del aire, (es de  $1,25\text{ cm}$ ) y el ancho máximo del perfil de velocidades y gradiente térmico que es de  $12\text{ cm}$ . El diagrama resultante se representa en la Fig. 4.

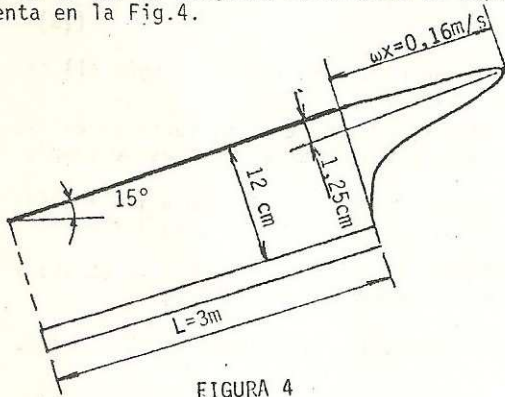


FIGURA 4

El caudal de aire movido es de  $0,0271\text{ m}^3/\text{s}$ , es decir, cerca de  $98\text{ m}^3$  horarios, siempre que no existan trabas dinámicas.

Es de hacer notar la cercanía del máximo de velocidades a la cubierta metálica. Esto hace que se deba tener en cuenta no obstruir el flujo de aire interponiéndole elementos en esta zona. Los elementos de soporte habitualmente usados en las cubiertas metálicas, ubicados contra las mismas son contraproducentes, exigiendo soluciones constructivas del tipo de vigas reticuladas, chapas trapecoidales, etc.

## 5. ALCANCES DEL MODELO

En la concepción de este modelo se ha presta-

do especial atención a las situaciones de uso diurno de la chimenea precisamente en días de calma. Por esta razón, en las ecuaciones de balance de colección no aparece la disminución de la capa límite exterior por acción del viento. Por otra parte, se han considerado sólo los casos de flujo laminar dentro de la cámara, que son los habituales. La chimenea debería ser muy larga para que aparezca un flujo de transición o turbulento. Aunque de existir no molestaría al funcionamiento.

El esquema del modelo sirve también para el empleo nocturno de la chimenea, con el objeto de introducir aire fresco nocturno en el edificio. Obviamente se deberán plantear las ecuaciones y condiciones acordes con este régimen de funcionamiento.

La solución rigurosa de (1) ha sido experimentalmente comprobada en (2 y 4); la concordancia es plenamente satisfactoria para pendientes  $-80^\circ < s < +80^\circ$ , lo que es ampliamente satisfactorio para las chimeneas solares.

## 6. CONCLUSIONES

El modelo brinda un ajuste mejor a los procedimientos de cálculo aproximativos empleados en el Programa CESAD (5), que por su falta de rigurosidad obligaban a prever márgenes de sobredimensionamiento considerables.

Las cargas dinámicas que provienen de las formas y distribución de la toma de aire y de la tobera de salida, pueden ser consideradas dentro de los esquemas habituales de circulación de aire en conductos, pero se prevé la evaluación de la posible interacción con los fenómenos de la cámara en un modelo experimental a escala reducida. En este modelo se podrá evaluar además la influencia de obstrucciones cercanas a la cubierta.

Otra conclusión que se desprende del modelo y verificada en la práctica es que la parte inferior de la cámara podría obviarse si no existe la necesidad de una toma de aire localizada. En este caso el aire que adquiere velocidad en la cercanía de la cubierta es tomado del ambiente en toda la extensión de la chimenea. Esta propiedad no es aplicable en la mayoría de los casos debido a la necesidad de aislación para otras circunstancias.

## 7. REFERENCIAS

1. E.M. Sparrow y J.L. Gregg. "Laminar Free Convection from a Vertical Plate". Transact. of ASME, pp 435-440, Febrero, 1956.
2. D.E. Fussey y I.P. Warneford. "Free Convection From a Downward Facing Inclined Plate" J. of Heat and Mass Transfer, V 21 pp. 119-126 Pergamon Press, 1978.
3. B. Givoni. "Passive Cooling of Buildings by Natural Energies" J. Energy & Buildings, V. 2 p.281, 1979.

4. C.G.Vliet. "Natural Convection Local Heat Transfer on Constant-Heat-Flux Inclined Surfaces". J. of Heat Transfer. Transac. of the ASME, pp.511-516. Noviembre, 1969.
5. E.Rosenfeld y otros, "Construcción y programa de ensayos de un prototipo de vivienda solar en la zona templada húmeda" Actas de la 6ta.Reunión de Trabajo de ASADES, Cاتمamarca, 1980.