

CADENAS DE MARKOV APLICADAS AL CALCULO
DE ALMACENAMIENTO DE ENERGIA

Rodolfo O. FERNANDEZ
Ingeniería Solar SRL
Virrey del Pino 2428-Cap.

Mónica GARCIA
Comisión Nacional Estudios Geoheliofísicos
Av. Mitre 3100-San Miguel

H.S. Riccombeni de LEONE
Servicio Meteorológico Nacional
Av. de los Constituyentes 3454-Cap.

Resumen

Se ha utilizado la teoría estadística de sucesos probabilísticos encadenados de Markov, para efectuar un pronóstico de una secuencia de longitud variable de días nublados, partiendo de un día tipo.

Los cálculos fueron efectuados en Buenos Aires para 30 años de observaciones de nubosidad, en base a datos de Heliofanía Relativa, con una división en cuatro intervalos.

Se han determinado las probabilidades de varias secuencias de distinta longitud y las capacidades de almacenamiento respectivas para diferentes cargas térmicas.

Abstract

The statistic theory of Markov chains has been used to make probabilistic predictions of sequences of variable length of cloudy days, starting in a typical day. The calculations were made in Buenos Aires, for thirty years of observations of cloudiness based on data of bright sunshine distributed in four intervals.

The probabilities of various sequences of different length, and the corresponding storage capacities for different thermic charges have been determined.

Introducción

La energía solar, ya ha probado ser una alternativa viable en la actual crisis energética. Diversas aplicaciones se plantean como factibles; agua caliente de uso sanitario, calefacción, refrigeración y otras.

En todos estos casos, el diseñador de sistemas se encuentra ante la decisión de optar por varias posibilidades para las áreas de colección solar y consecuentemente con diversas capacidades de almacenamiento.

Es bien conocido, que existe una relación óptima entre la superficie de colectores y el tamaño de almacenamiento. En todos los casos estas cifras han sido optimizadas económicamente.

En la Argentina, se presenta una situación bastante peculiar, en cuanto al diseño de sistemas solares, pues son comunes los requerimientos en los cuales el factor de carga solar sea del 100 %.

Esto se debe a las diversas alternativas de combustible auxiliar que generalmente en zonas del interior del país son gas licuado o gas-oil, ya que se carece de electricidad.

Ante la situación de tener que hacerse un diseño al 100% solar, el cálculo se complica pues no se tienen cifras exactas ni siquiera un método cuantitativo para obtener la capacidad de almacenamiento de energía, ante una secuencia de días nublados y optimizar esto económicamente. Además no es posible un gran margen de error pues no se cuenta con fuente de energía auxiliar.

La primera cuestión que surge es sobre la posibilidad de ocurrencia de un día nublado o de una secuencia de ellos. Este es el primer paso lógico para el cálculo de los tamaños de almacenaje.

A este fin, se ha aplicado la teoría probabilística de sucesos encadenados definida por Markov. Los datos utilizados, han sido seleccionados de una sucesión de 30 años ininterrumpidos de observaciones sobre heliofanía relativa.

Cadenas de Markov

Se define un proceso de cadenas de Markov si, determinado el estado inicial, el resultado de un experimento en alguna etapa posterior sólo depende del resultado del experimento en la etapa inmediatamente anterior.

Un proceso de cadena de Markov queda especificado si se conoce el conjunto de estados posibles

$$\{ S_1 , S_2 , \dots S_n \}$$

en los cuales puede estar el proceso en un momento dado. Por supuesto, el proceso puede estar en uno solo de los estados en un tiempo dado, desplazándose sucesivamente de un estado a otro. Cada desplazamiento es un paso y la probabilidad de ocurrencia de un paso, S_i , depende sólo del estado S_{i-1} en que se encontraba antes de ese paso.

La probabilidad de transición del estado S_i al S_j , P_{ij} , está determinada por el par ordenado de estados (S_i, S_j) .

Además se necesita especificar el estado inicial de la cadena de Markov.

Con esto es posible construir un árbol de probabilidades y asignar pesos de sendero para un cierto proceso de cadenas de Markov.

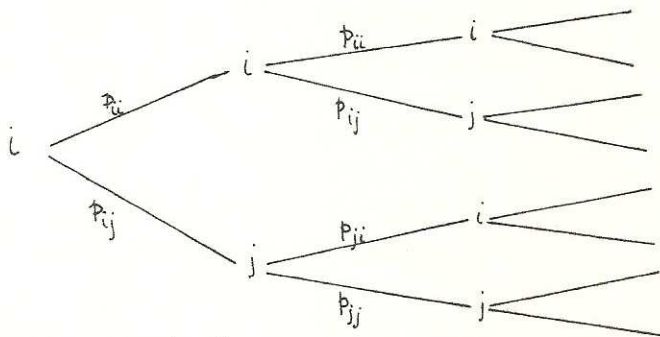
Supongamos tener un estado posible S_i , y que la probabilidad de ocurrencia de S_j dada la etapa anterior S_i , sea P_{ij} .

Se puede construir entonces la matriz de probabilidad de transición:

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} S_i & S_j \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_i \\ S_j \end{matrix} & \begin{bmatrix} P_{ii} & P_{ij} \\ P_{ji} & P_{jj} \end{bmatrix} \end{matrix} = P.$$

En esta matriz, los estados iniciales se encuentran en las columnas y los finales en las filas. Se supone que hay sólo dos estados posibles.

Con esto construimos el árbol correspondiente, que si partimos del estado i



La probabilidad de ocurrencia de una serie de sucesos encadenados o sendero del árbol esta relacionada con esta matriz.

Las filas de la matriz de transición no contienen elementos negativos y suman 1.

A partir de esta matriz, se pueden calcular las probabilidades de ocurrencia de cualquiera de los estados siguientes de la cadena; elevándola a potencias crecientes, correspondiendo cada potencia a un paso de la cadena.

En nuestro caso, no sólo es interesante calcular la probabilidad de ocurrencia de un estado cualquiera luego de "n" pasos, sino también la probabilidad de ocurrencia de un sendero dado del árbol de probabilidades, dada por el producto de las probabilidades de los pasos correspondientes.

Otra propiedad de la matriz de transición de probabilidad es que, si se trata de una cadena regular, las potencias P^n tienden a una matriz T tal que

$$(P)_{ij}^n \longrightarrow T_{ij},$$

siendo las filas de T iguales entre sí. Se determina así la probabilidad de ocurrencia de un estado, a largo plazo, cualquiera sea el estado inicial.

Aplicación a la heliofanía relativa

La energía solar que se recibe en superficie horizontal es función primordialmente de la nubosidad y por ende de la heliofanía relativa. Para la realización de los cálculos, se tomaron los datos de 30 años de medición de heliofanía en el Observatorio Nacional de Física Cósmica de San Miguel.

A fin de tener en cuenta las variantes posibles en cantidad de nubosidad se dividió el intervalo de valores entre 0 y 1 en cuatro intervalos iguales:

Cielo cubierto:	$0,0 \leq H \leq 0,25$
Cielo semi cubierto:	$0,26 \leq H^r \leq 0,50$
Cielo poco cubierto:	$0,51 \leq H^r \leq 0,75$
Cielo despejado:	$0,76 \leq H^r \leq 1,00$

La metodología de trabajo con los datos, tiene el inconveniente de ser muy tediosa, por la necesidad de evaluar uno a uno los casos que se presentan.

Los datos fueron divididos en meses y obtenidas las probabilidades de ocurrencia para cada par de estados posibles.

Con esto se conformaron 12 matrices de probabilidad de transición, una por mes (Anexo I).

Como tendencia puede decirse que en verano, la mayor probabilidad de ocurrencia es la correspondiente a un cielo despejado seguido de otro día despejado. Algo similar ocurre en época de equinoccios, pero ya aumentando la probabilidad de ocurrencia de días seminublados y nublados. En invierno, la situación se invierte aumentando la probabilidad de ocurrencia de la secuencia cubierto - cubierto.

A fin de facilitar los cálculos, se elaboró un programa de computadora, con el cual se calculó la matriz límite T y las probabilidades de ocurrencia de días cubiertos, semicubiertos, poco cubiertos y despejados, hasta 8 días de un estado inicial.

En general, se obtuvo la matriz límite luego de cinco días de potenciación (Anexo II).

El comportamiento de las probabilidades es similar al ya descrito. Desde el verano hacia el invierno, la probabilidad de ocurrencia de un día despejado independientemente del estado en el día anterior, va en disminución, compensado por un aumento de la probabilidad de días cubiertos.

En abril la ocurrencia de días cubiertos es mayor que la de semicubiertos pero menor que la de despejados.

En Junio se invierte la situación, siendo mayor la probabilidad de días cubiertos sobre las otras variantes. Este es el único mes en el cual ocurre este fenómeno. Para todos los demás, la situación es la ya indicada, de probabilidad mayor para días despejados o poco cubiertos.

Como ejemplo de la utilidad de estas matrices tomamos el caso del mes de Junio, en el cual deseamos diseñar un sistema de almacenamiento, antes que nada debemos fijar un criterio de diseño, por el cual acotemos la probabilidad. En el diseño de sistemas de calefacción y refrigeración una buena cota es tomar 90% de casos favorables de un fenómeno, o sea el 10% de no ocurrencia del mismo.

Para junio la probabilidad de ocurrencia de tres días totalmente cubiertos o sea sin aporte de energía solar, es del 12,9 % y, en cuatro días, del 6,5%. Esto se obtiene tomando la matriz de Junio y de ella el elemento $a_{1,1} = 0,547$. La tercera potencia de $a_{1,1}$ será

$$(a_{1,1})^3 = 0,129$$

La cuarta

$$(a_{1,1})^4 = 0,069,$$

entendiéndose los resultados anteriores.

El 6,9% es demasiado poco para el diseño, en consecuencia, con tomar tres días o tres días y medio de almacenaje, es suficiente.

Con las matrices del Anexo I y sus potencias es posible calcular la probabilidad de ocurrencia de un estado luego de "n" pasos en el sendero del árbol.

Por ejemplo, en Enero. la probabilidad de tener un día despejado al tercer día de uno cubierto es de 0,54; al cuarto día es de 0,58; al quinto 0,59. La matriz se estabiliza luego en este valor. Partiendo de un día despejado tenemos:

2° día	P = 0,60
3° día	P = 0,59
4° día	P = 0,59
5° día	P = 0,59.

La matriz, tal como fué anticipado, ha tendido a T_{ij} . En consecuencia, todos los elementos de una columna son iguales.

Esto significa que hay una probabilidad de 0,59 de tener un día despejado luego de cualquier día inicial.

Para otras localidades debería efectuarse un trabajo similar al expuesto, ya que lo dicho es valedero sólo para Buenos Aires.

A N E X O I

ENERO

0,23 0,13 0,24 0,39
0,06 0,12 0,28 0,53
0,14 0,13 0,24 0,49
0,06 0,09 0,17 0,66

FEBRERO

0,27 0,15 0,27 0,31
0,13 0,12 0,21 0,53
0,07 0,09 0,17 0,65
0,14 0,07 0,26 0,52

MARZO

0,26 0,17 0,24 0,32
0,19 0,17 0,18 0,46
0,18 0,11 0,26 0,45
0,13 0,10 0,12 0,65

ABRIL

0,37 0,14 0,19 0,30
0,22 0,10 0,22 0,45
0,22 0,14 0,19 0,45
0,09 0,11 0,19 0,61

MAYO

0,45 0,09 0,11 0,26
0,23 0,22 0,23 0,31
0,42 0,17 0,16 0,24
0,14 0,10 0,19 0,55

JUNIO

0,50 0,13 0,20 0,16
0,40 0,18 0,24 0,18
0,30 0,19 0,52 0,27
0,16 0,08 0,41 0,48

A N E X O I

(Continuación)

JULIO

0,46	0,13	0,19	0,22
0,42	0,17	0,16	0,24
0,27	0,20	0,27	0,26
0,16	0,11	0,14	0,58

AGOSTO

0,43	0,16	0,17	0,24
0,33	0,19	0,18	0,29
0,27	0,13	0,28	0,31
0,13	0,07	0,19	0,59

SEPTIEMBRE

0,42	0,12	0,19	0,27
0,30	0,16	0,27	0,27
0,22	0,14	0,28	0,36
0,10	0,10	0,23	0,55

OCTUBRE

0,39	0,17	0,19	0,24
0,27	0,13	0,26	0,33
0,17	0,11	0,28	0,44
0,10	0,13	0,21	0,56

NOVIEMBRE

0,19	0,22	0,19	0,39
0,14	0,14	0,28	0,42
0,17	0,11	0,24	0,47
0,08	0,12	0,18	0,61

DICIEMBRE

0,23	0,15	0,18	0,44
0,11	0,20	0,21	0,47
0,13	0,17	0,25	0,46
0,08	0,09	0,22	0,60

A N E X O I I

JUNIO

0,35 0,14 0,23 0,28
0,35 0,14 0,23 0,28
0,35 0,14 0,23 0,28
0,35 0,14 0,23 0,28

ENERO

0,10 0,10 0,20 0,58
0,10 0,10 0,20 0,58
0,10 0,10 0,20 0,58
0,10 0,10 0,20 0,58

REFERENCIAS

* Observatorio de Física Cósmica de San Miguel
Boletín Meteorológico - Años 1946 - 1976