

ANÁLISIS DE IMÁGENES TÉRMICAS EN EL ABSORBEDOR DE UN CONCENTRADOR SOLAR DE FRESNEL DE DOBLE REFLEXIÓN EN LA TOOLBOX DE PDE DE MATLAB

Marco Antonio Flores¹, Carlos Cadena² y Julio Zúniga¹

1. Instituto de Investigación en Energía (IIE) - Facultad de Ciencias - Universidad Nacional Autónoma de Honduras (UNAH) - Ciudad Universitaria – Tegucigalpa – Honduras - Teléfono +504 9994-9693, email: marco.flores@unah.edu.hn y marcoaflores@yahoo.com
2. Instituto de Investigación en Energía No Convencional (INENCO) – Universidad Nacional de Salta (UNSa) – Salta – Argentina, email: cadenacinenco@gmail.com

Recibido: 05-08-19; Aceptado: 4-11-19 Publicado en línea: 9-12-19.

RESUMEN.- En este trabajo, utilizando el método de diferencias finitas para ecuaciones diferenciales parciales (PDE) y la herramienta de simulación Toolbox PDE de Matlab, se resuelve y grafica la ecuación de calor de Fourier, para modelar la distribución de calor en una placa absorbadora de un concentrador solar de Fresnel de doble reflexión. Los resultados gráficos obtenidos simulan muy bien la situación real, por lo que se considera un método adecuado para este tipo de estudios.

Palabras claves: Concentrador de Fresnel, transferencia de calor, Ley de calor de Fourier, Matlab, modelación.

ANALYSIS OF THERMAL IMAGES IN THE ABSORBER OF A DOUBLE REFLECTION SOLAR FRESNEL CONCENTRATOR USING THE TOOLBOX PDE OF MATLAB

ABSTRACT.- In this work, using the finite difference method for partial differential equations (PDE) and Matlab's Toolbox PDE simulation tool, the Fourier heat equation is solved and plotted, to model the heat distribution on an absorber plate of a Fresnel double reflection solar concentrator. The graphic results obtained simulate the real situation very well, so it is considered an appropriate method for this type of study.

Keywords: Fresnel concentrator, heat transfer, Fourier heat law, Matlab, modeling.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo, se analizan las imágenes térmicas formadas en el absorbedor de un concentrador solar de Fresnel de doble reflexión, ver Figura 1, montado en una estructura de apariencia parabólica. El equipo ya anteriormente se ha caracterizado en cuanto a su potencia y eficiencia (Marco Flores, 2017).

El absorbedor, está ubicado en el volumen focal del concentrador y consiste en una placa de hierro de 1 mm de espesor, cubierta con una fina capa de pintura color negro mate resistente al calor. El tamaño de la placa es de 43.2 cm por 32.4 cm. El objetivo del estudio, es conocer la distribución de calor en la placa, de acuerdo a la radiación solar que sobre ella incide, por lo que, para evitar que el calor en la placa, se difundiera por conducción, la placa metálica se cortó en forma de cuadrícula en cuadros de 5.4 cm por lado. Ver Figura 2.

La temperatura en la placa, en las zonas de mayor iluminación, alcanzó hasta los 486 °C en un tiempo menor a los dos minutos y temperaturas menores en las zonas con baja iluminación. Para cada uno de los recuadros, se procuró reducir el área de contacto con el colindante, quedando ligado con los vecinos por las cuatro esquinas de cada cuadro, por una unión de apenas 1 mm² de placa. Para determinar la distribución de energía en la placa, en cada recuadro, se midió la temperatura con un termómetro laser y simultáneamente se tomaron fotografías con una cámara térmica. Una de las fotografías térmicas, se muestra en la Figura 3.

2. MARCO TEÓRICO

La influencia de la distribución de energía térmica en el absorbedor, es influencia directa de la radiación solar incidente en cada una de sus secciones, la transferencia de calor en la placa entre los recuadros vecinos no es muy importante, pero se incluye en el estudio. Con el objetivo de minimizar el efecto de conducción de calor en la placa, se hizo la rejilla.

La transferencia de calor, naturalmente se realiza por radiación, convección y conducción. En nuestro caso, ya que el absorbedor es un sólido, se despreciaron los mecanismos simultáneos de transferencia de calor, considerando únicamente la transferencia por conducción.

Considerando una conducción de calor en estado estacionario a través de una superficie plana con espesor $\Delta x = L$, área A y ΔT , la diferencia de temperatura entre ambos lados de la placa, como se muestra en la Figura 3.



Fig. 1: Concentrador solar de Fresnel de doble reflexión

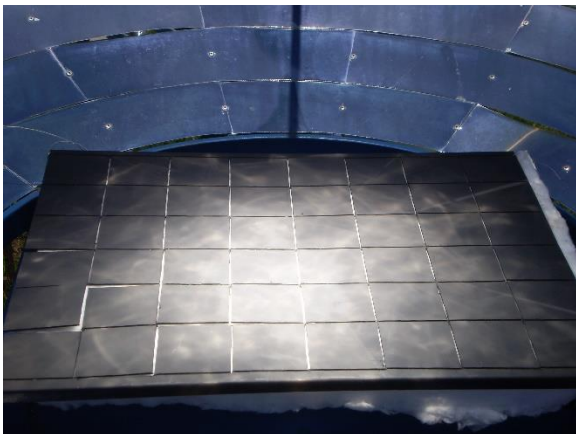


Fig. 2: Placa absorbidora

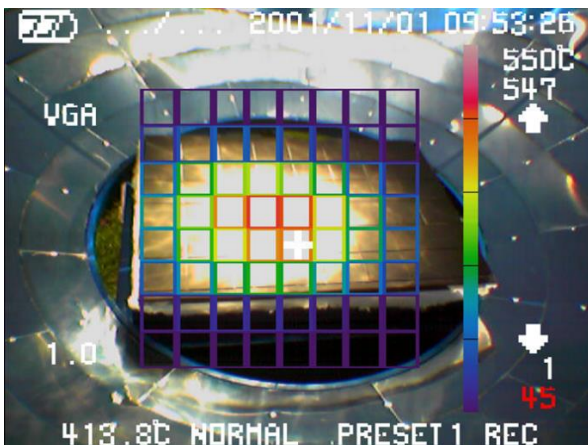


Fig. 3. Imagen térmica de la distribución de temperaturas en el absorbedor

Con los datos de la temperatura en cada recuadro y mediante el PDE (Partial Differential Equations) Tolbox de Matlab, se hizo una simulación de las temperaturas en la red de segmentos que forman la placa absorbidora y en la totalidad de la placa.

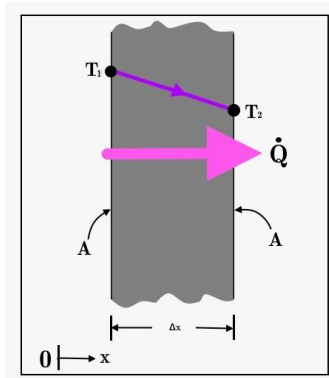


Fig. 4. Conducción de calor.

La conducción de calor a través de una superficie plana de espesor Δx , es proporcional al área de transferencia de calor y la diferencial de temperatura a través de ésta e inversamente proporcional al grosor de esa placa, relación que se expresa en la Ecuación 1.

$$\dot{Q} = kA \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} = - \frac{kA \Delta T}{\Delta x}, \quad (1)$$

donde k es la conductividad térmica del material. En el caso limite cuando Δx tiende a 0, la Ecuación 1, se expresa en forma diferencial mediante la Ecuación 2, conocida como la Ley de Fourier de la conducción del calor .

$$\dot{Q} = - \frac{kA dT}{dx}, \quad (2)$$

Los métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales se basan en el reemplazo de las ecuaciones diferenciales por ecuaciones algebraicas. En el caso del método de las diferencias finitas, éste consiste en reemplazar las derivadas por diferencias. A continuación, se desarrollará la formulación en diferencias finitas para el mecanismo de conducción de calor, con el fin de reemplazar las derivadas de las ecuaciones diferenciales por diferencias.

Partiendo de la definición de la derivada de una función, Ecuación 3.

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \quad (3)$$

Al no tomar el límite indicado, en la Ecuación 4, se muestra la relación aproximada para la derivada:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (4)$$

La Ecuación 4, es la aproximación de la primera derivada en términos de diferencias finitas, la que también es posible obtener al escribir la expansión en la serie de Taylor de la función f en torno al punto x (Ecuación 5),

$$f(x + \Delta x) - f(x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \dots \quad (5)$$

despreciando todos los términos del desarrollo, excepto los dos primeros.

El primer término no considerado, es proporcional a Δx^2 por lo que, el error cometido en cada paso de esta aproximación también es proporcional a Δx^2 .

La ecuación de conducción de calor incluye la segunda derivada de la temperatura con respecto a las variables espaciales (d^2T/dx^2) y la formulación en diferencias finitas se fundamenta en el reemplazo de las segundas derivadas por diferencias apropiadas. La primera derivada de la temperatura, dT/dx , en los puntos medios a la derecha e izquierda de un nodo m , se puede expresar como:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_m \approx \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x} \quad (6)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{m+\frac{1}{2}} \approx \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \quad (7)$$

Dado que la segunda derivada es la derivada de la primera derivada, la segunda derivada de la temperatura en el nodo m se puede expresar así:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_{m-\frac{1}{2}} &\cong \frac{\left. \frac{dT}{dx} \right|_{m+\frac{1}{2}} - \left. \frac{dT}{dx} \right|_{m-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \\ &= \frac{\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} - \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x}}{\Delta x} \\ &= \frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad (8)$$

La Ecuación 8, es la representación en diferencias finitas de la segunda derivada en un nodo interno general m . Observe que la segunda derivada de la temperatura en el nodo m está expresada en términos de las temperaturas en el nodo m y sus dos nodos vecinos.

La Ecuación (9) rige la transferencia de calor unidireccional en estado estacionario para una pared plana, con conductividad térmica y conducción de calor constante,

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}}{k} = 0 \quad (9)$$

La Ecuación (9) se puede expresar en la forma de diferencias finitas como:

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \dot{e}_m = 0 \quad (10)$$

con $m = 1, 2, 3, \dots$

donde \dot{e}_m es la razón de generación de calor por unidad de volumen en el nodo m . Para el caso en que $\dot{e}_m = 0$, la Ecuación 10 se reduce a:

$$T_m = \frac{1}{2}(T_{m-1} + T_{m+1}) \quad (11)$$

La Ecuación 11, es la forma simplificada de una formulación en diferencia finita unidimensional. La ecuación indica que la temperatura en cada nodo interior es el promedio aritmético de las temperaturas en los dos nodos adyacentes.

La formulación en diferencias finitas de la ecuación de transferencia de calor, se puede aplicar a la transferencia de calor en dos y tres direcciones, al reemplazar cada segunda derivada por una ecuación en diferencias en esa dirección; por ejemplo, la formulación en diferencias finitas para la conducción de calor bidimensional en estado estacionario en una región con generación de calor y conductividad térmica constante se puede expresar en coordenadas rectangulares como

$$\begin{aligned} \frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{\Delta y^2} \\ + \frac{\dot{e}_{m,n}}{k} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Conducción Bidimensional en Estado Estacionario: muchos casos de transferencia de calor se pueden aproximar como si fueran unidimensionales, aunque pueden haber casos en que se necesita considerar transferencia de calor en otras direcciones cuando, la variación de temperatura en esas direcciones es significativa. Nuestro caso de estudio es un problema en dos dimensiones (x, y), en el cual no se considera la transferencia de calor por radiación y por convección, únicamente estamos estudiando la transmisión de calor por conducción en dos direcciones y el calor generado por la radiación solar incidente en la placa reticulada, sin incluir en el estudio las pérdidas de calor al ambiente. Es por lo anterior, que consideramos la formulación numérica y la solución de la conducción bidimensional de calor en estado estacionario en coordenadas rectangulares, mediante el método de diferencias finitas, considerando invariables la constante térmica k y que en la región en estudio, el calor se genera con una razón \dot{e} , por lo que el balance de energía, se puede calcular con la Ecuación 13 (Cengel 2006).

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{conducción, izquierda}} + \dot{Q}_{\text{conducción, superior}} + \\ \dot{Q}_{\text{conducción, derecha}} + \dot{Q}_{\text{conducción, inferior}} + \\ \dot{E}_{\text{generación, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (13)$$

3. PROCEDIMIENTO

Para la medición de la temperatura en cada celda de la placa absorbidora, se utilizó un termómetro laser Optex Thermo-Hunter PT-2CD; simultáneamente, se hicieron fotografías térmicas con una cámara infrarroja portátil IR FlexCam® con una resolución de 160 x 120.

En nuestro caso, para la simulación de las temperaturas, utilizamos la formulación numérica propuesta y el (Partial Differential Equations) PDE Tolbox del Matlab.

3.1. PDE toolbox de Matlab

Debido a las enormes aplicaciones prácticas del método de elementos finitos, existen paquetes que simplifican su aplicación a distintos problemas físicos o de ingeniería. Por su sencillez, se presenta aquí la toolbox de ecuaciones en derivadas parciales (PDE toolbox) de Matlab (Sturm, 1999).

Esta toolbox cuenta con una interfaz gráfica de Matlab pde-tool, parte de la "PDE toolbox", la que, proporciona una herramienta gráfica de fácil manejo para la descripción de estas geometrías, generación de mallas, resolución de la ecuación discretizada y representación de resultados.

3.4. El Modo PDE.

Los tipos de ecuaciones diferenciales parciales que se pueden simular en pde-tool, se resumen en la Tabla 1, donde se muestra la sintaxis de Matlab a la izquierda y en notación matemática en la columna derecha.

Un problema parabólico típico es la ecuación del calor (Ecuación 14), que describe la difusión de calor en un cuerpo,

Tabla 1. Sintaxis y notación matemática de Matlab

tipo	Matlab	Notación clásica
Eliptic	$n*c*\text{grad}(u)+a*u=f$	$c(\nabla \cdot \nabla u) + au = f$
Parab	$d*u'-\text{div}(c*\text{grad}(u))+a*u=f$	$d \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (c \nabla u) + au = f$
Hiper	$d*u''-\text{div}(c*\text{grad}(u))+a*u=f$	$d \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla \cdot (c \nabla u) + au = f$
Val prop	$-\text{div}(c*\text{grad}(u))+a*u=\lambda*du$	$-\nabla \cdot (c \nabla u) + au = \lambda du$

$$d \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = 0 \tag{14}$$

3.2. El modo de Malla.

Este modo permite inicializar la malla y refinarla en caso necesario. Hay que tomar en cuenta que una malla no se puede refinar indefinidamente, si se refina demasiado el cálculo puede demorar mucho o pueden aparecer oscilaciones falsas. Esto marca un compromiso de rapidez y precisión.

3.3. El modo de Solución.

En este modo se resuelve la ecuación diferencial parcial. Basta seleccionar del menú principal *Solve*. Por defecto, el gráfico que se muestra es del tipo de colores, con una barra a la derecha indicando los valores de temperatura que se asocian a diversos tonos.

4. RESULTADOS

Las medidas de temperatura en °C, en la red de recuadros que forman la placa, se muestran en las Tablas 2, 3 y 4.

Tabla 2. Temperaturas en °C

75	113.8	167	201	217.4	162.8	119.1	79.2
94.9	149.7	241.9	318	282.3	215.5	142.2	94.5
120.7	197.5	363	434	385	317	197.1	118.4
133.7	260.2	396	478	453	316	182.8	118.6
116.5	246.3	380	469	435	315	200.7	123.5
106	180.8	225.3	299	345	256.5	151.8	113.4

Tabla 3. Temperaturas en °C

78.8	133.2	202.4	220.6	252.8	174.3	119.6	67.3
98.8	173	288	343	350	275.2	178.2	121.8
141.7	265	330	462	425	314	185.9	102.4
135.1	304	461	486	432	281.6	102.7	93.5
179.9	291.3	431	432	360	241.9	141.8	90.5
148.1	188.7	246	300	269	157.3	168.7	74.8

Tabla 4. Temperaturas en °C

132.3	183.7	216.7	192.1	155.2	207.9	76.6	58.1
163.7	234.2	291.3	276.2	214.8	149.6	98.9	65
195.3	297.8	369	408	321	215.6	129.2	75.2
217.6	315	461	483	395	238	137.7	77.1
195.2	324	424	475	378	183.2	131.3	73.1
146.7	239.6	321	320	243.8	162.8	110.1	66

Procesamiento de datos: Inicialmente, en el toolbox de Matlab, se construye la malla mediante objetos para definir el dominio a trabajar, con idénticas características de la malla real. La Figura 5, nos muestra la malla en el toolbox, en la cual podemos observar, además de cada casilla real, los puntos de unión de cada recuadro en la malla.

En la Figura 6, podemos observar las condiciones de frontera que se utilizarán para la simulación de las temperaturas en la placa.

La Figura 7, nos muestra la definición del mallado en el toolbox de Matlab.

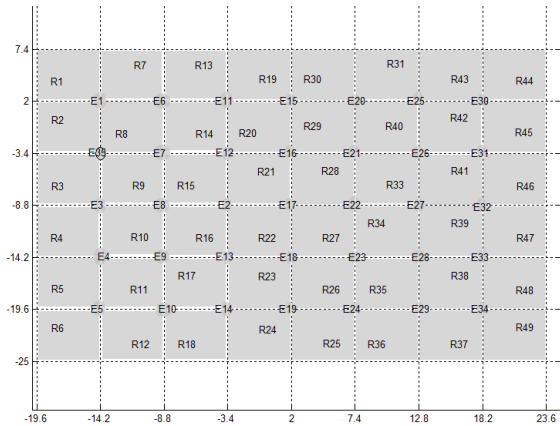


Fig. 5: Malla en el toolbox del Matlab

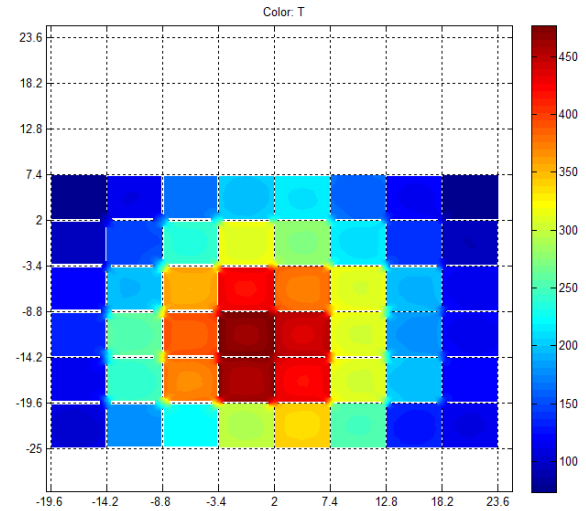


Fig. 8: Distribución de temperaturas en la placa reticulada

La temperatura en los nodos es el promedio de la temperatura en cada retícula de la placa.

En la Figura 9 se muestra un aumento en la zona de mayor temperatura de la placa reticulada.

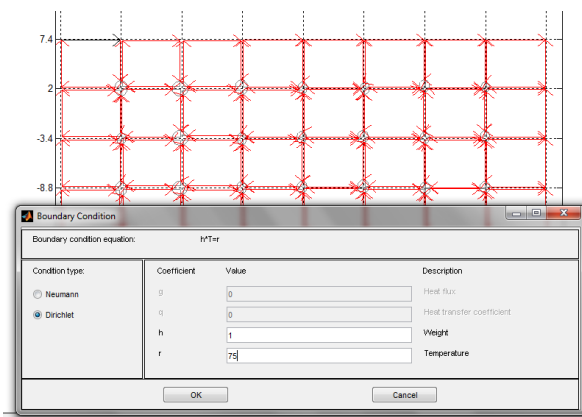


Fig. 6: Condiciones de frontera

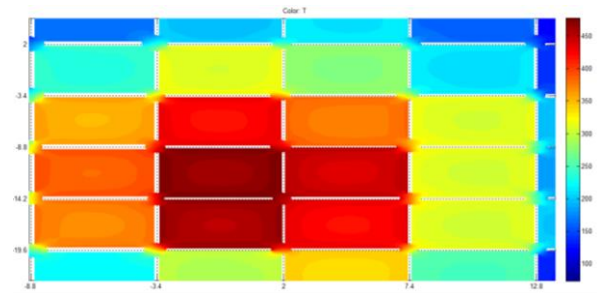


Fig. 9: Detalle en una zona de temperaturas en la placa reticulada

Las figuras 10 y 11, nos muestran respectivamente, las zonas y líneas de contornos en la placa reticulada correspondientes a la Tabla 1 y Figura 3.

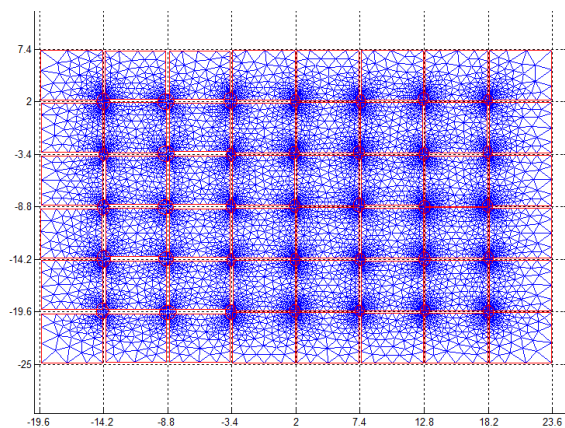


Fig. 7: Mallado en el toolbox

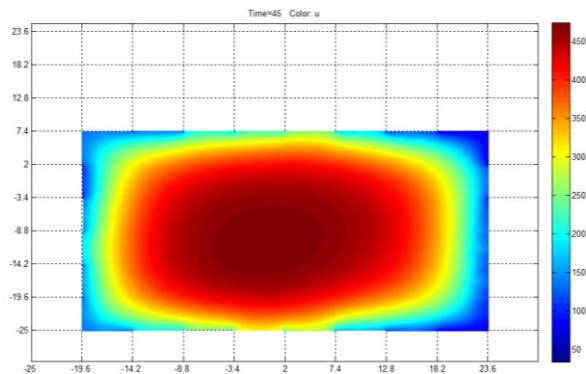


Fig. 10: Zonas térmicas de contorno en la placa

Una vez que se ingresan los datos de temperatura, las condiciones de frontera y haber definido el tipo de ecuación diferencial parcial a utilizar, el toolbox nos arroja la distribución de temperaturas en la placa reticulada, la cual podemos observar en la Figura 8, la que corresponde a la Tabla 1 y a la Figura 3. Al observar vemos que existe una importante similitud, por lo que el método podría ser válido para otros casos de similares condiciones.

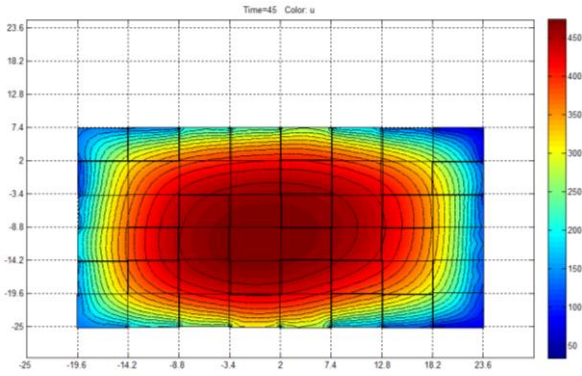


Fig. 11: Líneas térmicas de contorno en la placa

En la Figura 12, observamos la solución a la ecuación diferencial parcial para la Tabla 2 y en la Figura 13, lo correspondiente a la Tabla 3. Las cuales tienen una gran coincidencia con los valores de temperatura registrada.

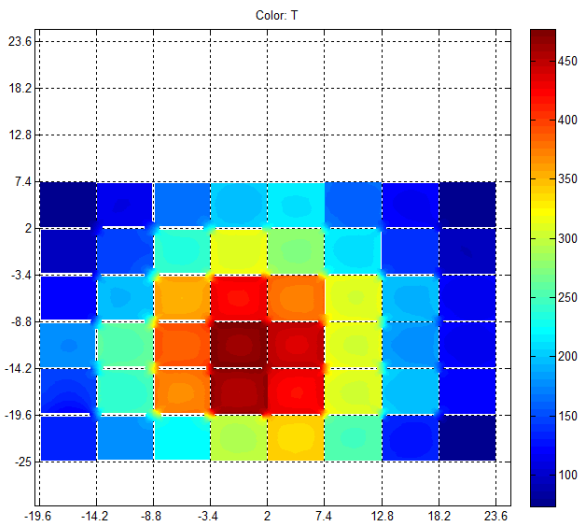


Fig. 12: Distribución de temperaturas en la placa reticulada para la Tabla 2

5. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos para todos los casos estudiados de las temperaturas tomadas en la placa utilizando la ecuación de transferencia de calor, Ecuación 14, y el Toolbox de Matlab, muestran que el método es viable para estudiar y simular casos análogos al estudiado en éste trabajo.

La toolbox PDE de Matlab proporciona una herramienta gráfica de fácil manejo para la descripción de la superficie requerida (placa receptora), generación de mallas, resolución de la ecuación discretizada y representación de resultados.

Mediante la construcción de objetos, se ha podido modelar la distribución de calor en la placa receptora de un concentrador solar de Fresnel de doble reflexión, utilizando la toolbox de PDE de Matlab, la cual es una herramienta muy apropiada para este tipo de problemas (solución de PDE en distintas geometrías).

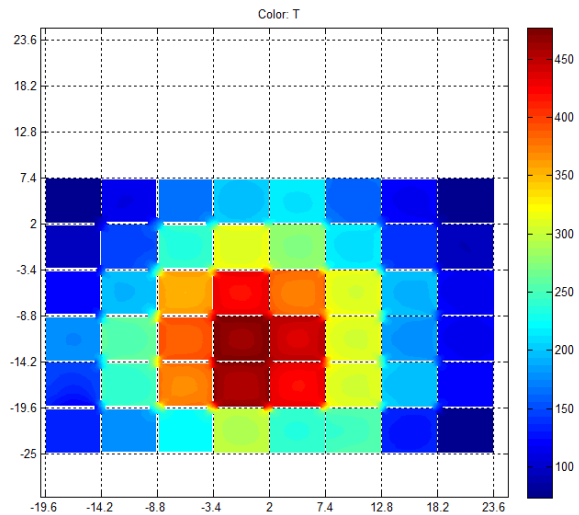


Fig. 13: Distribución de temperaturas en la placa reticulada para la Tabla 3

6. REFERENCIAS

- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2002). *Análisis numérico*. Thomson Learning.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill.
- Çengel, Y. A., Boles, M. A., Pedraza, C. R. C., Chávez, N. A. M., & Cárdenas, J. L. (2006). *Termodinámica* (Vol. 10). São Paulo: McGraw-Hill.
- Flores, M., Cadena, C., Saravia, L. y Escalón, O. (2017) Potencia y eficiencia de un concentrador solar de Fresnel de doble reflexión. *Avances en energías renovables y medio ambiente*, **21**, 0.1-0.10.
- Holman, J. P., de Morentín, P. D. A. M., Mena, T. D. J. L., Grande, I. P., Pedro Pérez del Notario Martínez de Marañón, & Sánchez, A. S. (1980). *Transferencia de calor*.
- Sturm, J. F. (1999). Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, **11**(1-4), 625-653.