



Av. Bolivia 5150 (4400), Salta, República Argentina. TE: ++54(387) 425 5560 Fax 425 5458

ISSN 1669-9041

Es una publicación anual de la Escuela de Historia para contribuir a la divulgación del conocimiento histórico.

**REVISTA 2
ESCUELA DE HISTORIA
Año 2, Vol. 1, N° 2, 2003**

Artículo

"LA VIGENCIA DE LOS APORTES DE DOS MATEMATICOS ITALIANOS: LUCA PASCIOLO Y LEONARDO DE PISA DEL SIGLO XII EN LA LAS MATEMATICAS ESCOLARES DEL SEGUNDO CICLO DE LA EDUCACION GENERAL BASICA".

ANA TADEA ARAGON

RESUMEN

El presente trabajo se encuadra en los conceptos de las Tendencias Innovadoras de la Educación Matemática actual. En los cambios metodológicos aconsejables se leen expresiones como: "...un cierto conocimiento de la Historia de la Matemática debería formar parte indispensable del bagaje de conocimiento del matemático en general y del profesor de cualquier nivel, primario secundario o terciario en particular. En el último caso, no solo con la intención de que lo pueda utilizar como instrumento en su propia enseñanza sino que sino primariamente porque la historia le puede proporcionar una visión verdaderamente humana de la ciencia y de la matemática ..."

Se presentará, con un enfoque histórico diversos conceptos de la Aritmética Escolar con el propósito de ilustrar los docentes los orígenes de esta Aritmética, el concepto de algoritmo y los trabajos de Luca Pacioli y Leonardo de Pisa en relación con algunos algoritmos utilizados en la actualidad.

ABSTRACT

The present work is fitted in the concepts of the Innovating Tendencies of the Present Mathematical Education. In the advisable methodologic changes, it is possible to read expressions like: "... a certain knowledge of the History of the Mathematical one would

have to comprise indispensable of the baggage of knowledge of the mathematician in general and the professor of any level, primary secondary or tertiary in individual. In the last case, nonsingle with the intention of which it can use it like instrument in his own education but that primarily because history him can provide a truly human vision of science and the mathematical one... "

One will appear, with an historical approach, diverse concepts of the Scholastic Arithmetic, in order to illustrate to educational the origins of this Arithmetic, the concept of algorithm and the works of Luca Pacioli and Leonardo de Pisa in relation to some algorithms used at the present time

"LA VIGENCIA DE LOS APORTES DE DOS MATEMATICOS ITALIANOS: LUCA PASCIOLO Y LEONARDO DE PISA DEL SIGLO XII EN LA LAS MATEMATICAS ESCOLARES DEL SEGUNDO CICLO DE LA EDUCACION GENERAL BASICA".

1.- INTRODUCCIÓN

Las Tendencias Innovadoras actuales en Educación Matemática aconsejan cambios metodológicos para la enseñanza de la Matemática. Miguel de Guzmán en el libro: "Enseñanza de las Ciencias y de la Matemática: tendencias innovadoras" expresa: "...un cierto conocimiento de la Historia de la Matemática debería formar parte indispensable del bagaje de conocimiento del matemático en general y del profesor de primaria, secundaria y terciaria en particular. En este último caso no solo con la intención de que lo pueda utilizar como instrumento en su propia enseñanza, sino primordialmente porque la Historia le puede proporcionar una visión verdaderamente humana de la ciencia y de la Matemática..."

Esto porque: 1) la visión histórica transforma meros hechos y destrezas sin alma, en porciones de conocimientos buscadas ansiosamente y en muchas ocasiones con genuina pasión por hombres de carne y hueso que se alegraron inmensamente cuando por primera vez dieron con ella; y 2) la perspectiva histórica nos acerca a la matemática como ciencia humana, capaz de ayudar a corregir errores. Nos aproxima a las interesantes personalidades de los hombres que han ayudado a impulsarla a lo largo de los siglos por motivaciones muy distintas. La perspectiva histórica nos acerca a la matemática como ciencia humana, capaz de ayudar a corregir errores. Nos aproxima a las interesantes personalidades de los hombres que han ayudado a impulsarla a lo largo de los siglos, por motivaciones muy distintas".

El presente trabajo mostrará cómo dos grandes matemáticos Luca Pascioli y Leonardo de Pisa (Fibonacci) ayudados por las traducciones al latín de los libros del árabe al-Khwarizmi fundaron la Aritmética Moderna.

Se presentará el desarrollo de las operaciones de multiplicar y dividir de los dos matemáticos antes mencionados.

El grabado en madera de la Margarita Filosófica (o Perla Filosófica) de Gregor Reich será el elemento motivador y punto de partida del tema a tratar

2.- LA ARITMETICA MODERNA .

En 1503 en Friburgo de Brisgovia, un impresor ilustraba con un notable grabado en madera la Perla Filosófica de Gregor Reisch, consejero del Emperador Maximiliano I. En él, una Aritmética alegórica arbitra la rivalidad entre un partidario de las cifras y un adepto al cálculo por medio de cifras. A uno y otro personaje están asociados, para oponerlos, los nombres de Boecio, al que se referirá constantemente el Medioevo occidental, y Pitágoras, asociados a un cuerpo doctrinal y a una representación geométrica de los números. El aire triunfante del primero, el aspecto confuso del segundo, así como la ropa llena de cifras de un árbitro parcial, ponen de manifiesto que en los albores del Renacimiento acaba de producirse una victoria del primer bando (ver figura).

Los orígenes del conflicto se remontan a mediados del Siglo XII, cuando se realizaron las primeras traducciones latinas de los tratados árabes de aritmética. Después de la decadencia del Imperio Romano, los autores occidentales se centraron en una aritmética especulativa procedente del autor griego Nicómano de Gerasa. Esta Aritmética estaba representada, en latín, por los dos libros de la "Aritmética" (de Institutione Arithmetica) de Anicio Manlio Severino, más conocido por Boecio, muerto hacia el 525. Como la parte aritmética de Los Elementos de Euclides, la obra de Boecio estudiaba principalmente las propiedades de los números pares e impares Pero había también una Aritmética paralela, de tipo práctico, apenas insinuada en los fragmentos dispersos de las obras de los agrimensores romanos. Este cálculo aritmético, exigido por medidas u operaciones banales de uso cotidiano está representado por un material arqueológico compuesto por una tablilla donde unas fichas (calculi) que simbolizan números se desplazan por una ranuras.

Este aparato fue perpetrado ininterrumpidamente en la mayoría de las civilizaciones de Europa y Asia bajo formas muy diversas que obedecen al mismo principio básico. El ábaco de fichas, instrumento favorito de los cambistas y los banqueros como luego de los lombardos, es objeto de alusiones en los textos medievales y en la literatura moderna.

Otros estudiosos de la época practicaban el cálculo con ábacos de columnas tomado de los árabes, cuya práctica exigía reglas difíciles pero estuvieron en uso durante toda la Edad Media. Sin duda requerían numerosos ejercicios de aprendizaje, especialmente para las incómodas operaciones de multiplicación y división, y su difusión durante los siglos X y XII coincidió con los períodos en las que proliferaron las escuelas catedralicias y abaciales.



Margarita Filosófica

3.- LOS CENTROS CULTURALES DE ORIENTE

Pero ya asomaba un nuevo despertar favorecido por los vientos que venían del Oriente. El aporte oriental a la matemática durante el primer milenio de nuestra era proviene de tres centros culturales distintos: chino, hindú y árabe; y distintos fueron también su valor y su influencia.

Aunque actualmente se está conociendo cada vez más y mejor la antigua ciencia china puede decirse que la matemática china es la que ejerció menor influencia sobre la futura matemática occidental. En cambio se deben a la matemática Hindú, aportaciones originales importantes, así como una notable influencia sobre la ciencia árabe y, por intermedio de ésta, sobre la occidental.

Aunque la influencia de la matemática hindú se ejercerá en especial en los campos de la aritmética, el álgebra y la trigonometría, sus primeras manifestaciones son de índole geométrico, y han de verse en los rituales brahmánicos, donde aparecen nociones destinadas a la ubicación y forma de los altares de los sacrificios, perteneciendo estos saberes a los siglos VIII y II a.c. En ellos figuran reglas para la construcción de altares y un complemento: el Sulvasutra, un libro sagrado. Las reglas son para la construcción de cuadrados, rectángulos, relaciones entre la diagonal y el lado del cuadrado, equivalencias entre el rectángulo, el cuadrado y el círculo.

Estas construcciones geométricas ya no figuran en las obras que aparecen en el segundo periodo hindú de producción matemática: es el periodo astronómico que transcurre entre los siglos IV y XII de nuestra era y la obra más importante son los Siddhartas, de carácter astronómico y en las que se advierte la influencia griega. Son varios los Siddhartas y contienen matemáticas sobre funciones circulares, problemas y el número Pi.

3.2.- El método de multiplicación Hindú.

Sumar y multiplicar en la India se hacían casi de la misma manera que lo hacemos hoy.

Entre los métodos utilizados para multiplicar había uno que se conoce con varios nombres distintos: multiplicación en gelosia ó multiplicación en celdilla. Se ilustra el ejemplo de Luca Pacioli, quien tomó de los hindúes, la forma de multiplicar para realizar su algoritmo de la multiplicación.

3.3.- Los Árabes

El aporte oriental más notable de estos tiempos medievales provino del mundo árabe del Islam, movimiento que se inicia con la hégira de Mahoma de 622 y que ha desempeñado un papel singular en el desarrollo de la ciencia de este período. Este movimiento fue muy importante por diversos acontecimientos de diversa índole que habían contribuido positivamente y es así como a fines del siglo VIII el mundo árabe está en posición de todos los elementos necesarios para un desarrollo científico que proseguirá durante varios siglos y que, desde el punto de vista de la matemática se refiere a lo siguiente.

La primera manifestación de la actividad científica de los árabes se pone de relieve en las traducciones al árabe de obras hindúes y griegas.

Bagdad se convirtió en una nueva Alejandría. Llegaron sabios procedentes de Siria, Irán y la Mesopotamia. Entre los trabajos que realizaron fueron las traducciones de Los Elementos de Euclides pero por las condiciones que brindó el califa Al-mansur, los árabes dieron rienda suelta a su pasión por las traducciones. Al-Mamun fundó la Casa de la Sabiduría en Bagdad comparable al antiguo Museo de Alejandría. Entre los miembros de esta especie de Universidad estaba un matemático y astrónomo, Mohammed ibn-Musa Al Khwarizmi, cuyo nombre lo mismo que el de Euclides iba a hacerse más tarde muy popular. Escribió, dos libros sobre aritmética y álgebra que jugaron un papel muy importante en la Historia de la matemática. El primero de ellos nos llega a través de una copia única de la traducción latina con el nombre "De número indorum" (o sobre el arte de calcular hindú) del cual el original árabe se ha perdido. En esta obra, que estaba basada presumiblemente en una traducción árabe de Brahmagupta, da Al-Khowaritzmi una exposición tan completa del sistema de numeración hindú, que es él probablemente de la responsable aunque extendida de la falsa impresión de que nuestra sistema de numeración es de origen árabe. El autor no formula ninguna reclamación de originalidad con respecto al sistema en cuestión, pero cuando aparecieron en Europa las primeras traducciones latinas, esta obra, los lectores que carecían de más información al respecto, comenzaron en seguida a atribuirle al autor no solo la obra sino también el sistema de numeración expuesto en ella y así el nuevo sistema de notación vino a ser conocido como el de "el de Al-Whowaritzmi" y a través de las deformaciones del nombre en la traducción y en la transmisión, simplemente como "algorismi". Por ultimo este sistema de numeración que hace uso de los nuera es hindú, vino a ser denominado sin más como "algorismo" ó "algoritmo" palabra derivada del nombre "Al-Khowarizmi" y actualmente significa de una manera mucho más general "cualquier procedimiento operativo para resolver un problema arbitrario de un cierto tipo, tal como el algoritmo de Euclides, el algoritmo de la división

3.4- Algunas Consideraciones Sobre Los "Algorismos".-

Bajo el nombre de "algorismo" (algorismus), (que procede del nombre del matemático árabe de los libros de aritmética de Mamad ibn Musa al-Khwarizmi) se escribieron en el siglo XII cuatro obras fundamentales mediante las cuales pudieron comprobarse mejor cómo fueron recibidas y transformadas en occidente estas nuevas aritméticas.

La obra de "algorismo" más elaborada del Siglo XII (Liber algorismi) se basa en una reflexión sobre los valores aproximados de la raíz cuadrada de 2 expresada en fracciones sexagesimales para definir por primera vez en Occidente las fracciones decimales.

Tanto las fuentes árabes desde el siglo IX como sus sucesoras occidentales exponen anecdóticamente fórmulas en las que no está totalmente ausente el recuerdo del ábaco. Estas obras describen cuidadosamente operaciones para las cuales es muy cómodo borrar los números con los dedos en la "tablilla de polvo". Muchos ejemplos concretos, que indican un empleo no reservado exclusivamente a los astrónomos, muestran, por ejemplo, cómo se realizaba la multiplicación de dos números enteros (ver cuadro 2 Multiplicación de dos enteros). Este método resistió bastante tiempo pese a la competencia de otros sistemas. La amplia difusión de las obras sobre los algoritmos fue favorecido por la enseñanza de los "algoritmos" en las primeras Universidades.

4.- EL TRIUNFO DE LA MATEMATICA ITALIANA.

LOS MATEMÁTICOS FIBONACCI Y LUCA PASCIOLI

Según una anécdota, un mercader alemán del Siglo XII habría preguntado a un profesor universitario dónde enviar a su hijo a instruirse en los cálculos. El profesor habría respondido que éste podría aprender adiciones y las sustracciones en la universidades alemanas, pero para las multiplicaciones y las divisiones debería trasladarse a Italia.

En efecto, en el siglo XVI, la fama de los matemáticos italianos alcanzó su cima, quizás por el efecto de memorables desafíos entre matemáticos y de magistrales astucias en el campo de la resolución de ecuaciones de tercer y cuarto grado. Pero no es este el tema del presente trabajo, sino el de los aportes a la matemática escolar.

4.1.- Los Matemáticos Leonardo de Pisa y Luca Pascioli

Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci (1180-1250) escribió su obra: Liber Abaci. El título es engañoso, ya que quiere decir "El Libro del Abaco", sin embargo contiene esencialmente métodos algebraicos problemas donde se pone en uso los números indo-arábigos.

La obra contiene quince (15) capítulos. En ellos se insiste, además de los nueve (9) símbolos indo-arábigos en el cero, cuyo nombre procede de "zephirum" forma latina del árabe "sifr". El uso y admiración por este sistema de numeración desempeñó un papel clave conocimiento y transmisión.

Breve descripción de la obra.

En el capítulo I, trata de la numeración posicional.

En los capítulos de II a V se refiere a las operaciones fundamentales de los números enteros como así también de las pruebas del siete (7), nueve (9) y del once (11), la descomposición de los números en factores primos y los caracteres de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, ...13.

Los Capítulos VI al VII se refiere a las fracciones. Utiliza las tres clases de fracciones comunes, sexagesimales y unitarias. Sin mencionar las decimales.

Los Capítulos VIII al XI tratan de aplicaciones comerciales, problemas de sociedades,

problemas de cambios y ecuaciones de primer grado.

Los cuatro últimos capítulos trata de problemas de método de resolución de una ecuación, problemas numéricos y de geometría y resolución de ecuaciones de segundo grado como lo hacían los árabes.

Esta obra también fue importante por el conocimiento de la sucesión de Fibonacci, la "razón áurea" que fue posteriormente fue analizada con detenimiento por Luca Pacioli.

Si bien la mayoría de los temas mencionados en el Liber Abaci son de la Escuela Primaria se destacarán los algoritmos de la Multiplicación, la División y la presencia de la prueba del 9, 11 y 13.

4.2.- Luca Pacioli (1445-1514), llamado también, Luca de Burgos.

Fue maestro de Venecia y luego ingreso a una orden religiosa de San Francisco y luego fue nombrado profesor de matemática en Perusa. En 1494 publicó su obra: Summa de aritmética, geometría, proportioni et proportionalita una compilación de sus trabajos anteriores y de conocimientos aritméticos, algebraicos, geométricos (elementales) y comerciales de su tiempo.

Se citaba como obras principales al Liber Abaci y se pasaba al Summa sin mencionar los trabajos intermedios. La publicación de Summa fue posible gracias a la generación de algebristas que comienza con la traducción latina del Álgebra de al-Jwarizmi. Además en el Renacimiento se caracteriza sobre todo por el nacimiento del álgebra europea. La parte aritmética de la Summa trata esencialmente de las reglas de multiplicación y extracción de raíces cuadradas. Según Carl Boyer, Pacioli es el primer matemático del que tenemos un retrato auténtico. En 1509 publica una obra titulada De divina proportione, trató de exponer sus trabajos de geometría.

En este trabajo se presenta sus contribuciones a la aritmética.

5.- ALGUNAS MULTIPLICACIONES DE LUCA PASCIOLO

En el Método llamado "castellucio" se multiplica 9.876×6.789

CUADRO 1

9	8	7	6					6
								6
6	7	8	9					1
6	1	1	0	1	0	0	0	0
		5	4	3	1	2	0	0
			4	7	5	2	3	0
				4	0	7	3	4
6	7	0	4	8	1	6	4	4

LA MULTIPLICACIÓN DE 9876 POR 6789 DE LUCA PASCIOLO

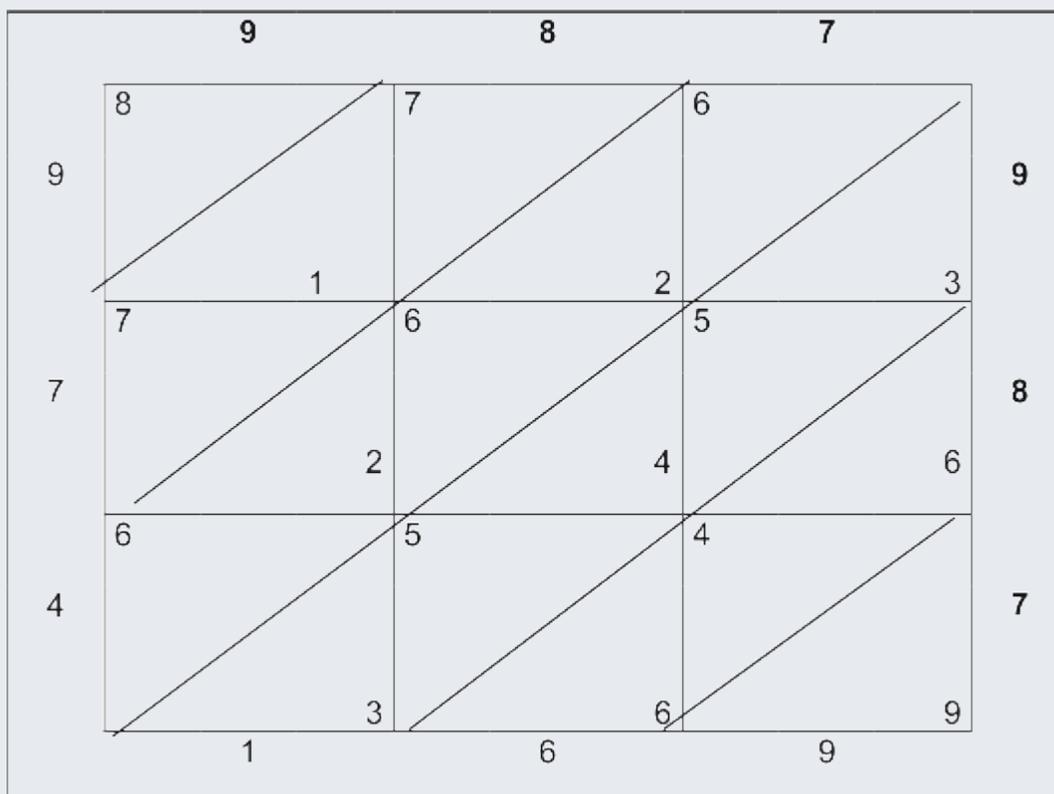
$$(6.789 \times 9.000) + (6.789 \times 800) + (6.789 \times 70) + 6.789 \times 6 = 67.048.164$$

(Ver cuadro 1)

Los números situados a la derecha del multiplicando y del multiplicador son los de una

prueba del siete, practicada e inteligentemente justificada por el autor que utiliza también las pruebas del 9, 11 y 13.

5.1.- En los métodos llamados "cuadriláteros" y "gelosía" Pascioli muestra la ventaja que se obtiene del Método "en forma de damero". (Ver cuadro 2)



5.2.- La Multiplicación De Fibonacci.

Cómo Fibonacci Multiplica 345 Por 345

CUADRO 3

1	1	9	0	2	5
			3	4	5
			3	4	5

La disposición es la siguiente:

5 x 5 = 25

escribimos 5 encima de los números y llevamos 2.

5 x 4 = 20

$$5 \times 4 = 20$$

$$20 + 20 + 2 = 42 \text{ , escribimos 2 y llevamos 4}$$

$$5 \times 3 \text{ 0 } 15$$

$$5 \times 3 \text{ 0 } 15$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$15 + 15 + 16 + 4 = 50$$

escribimos 0 y llevamos 5

$$4 \times 3 = 14 \times 3 \text{ 0 } 12$$

$$12 + 12 + 5 = 29$$

escribimos 9 y llevamos 2

$$3 \times 3 = 9$$

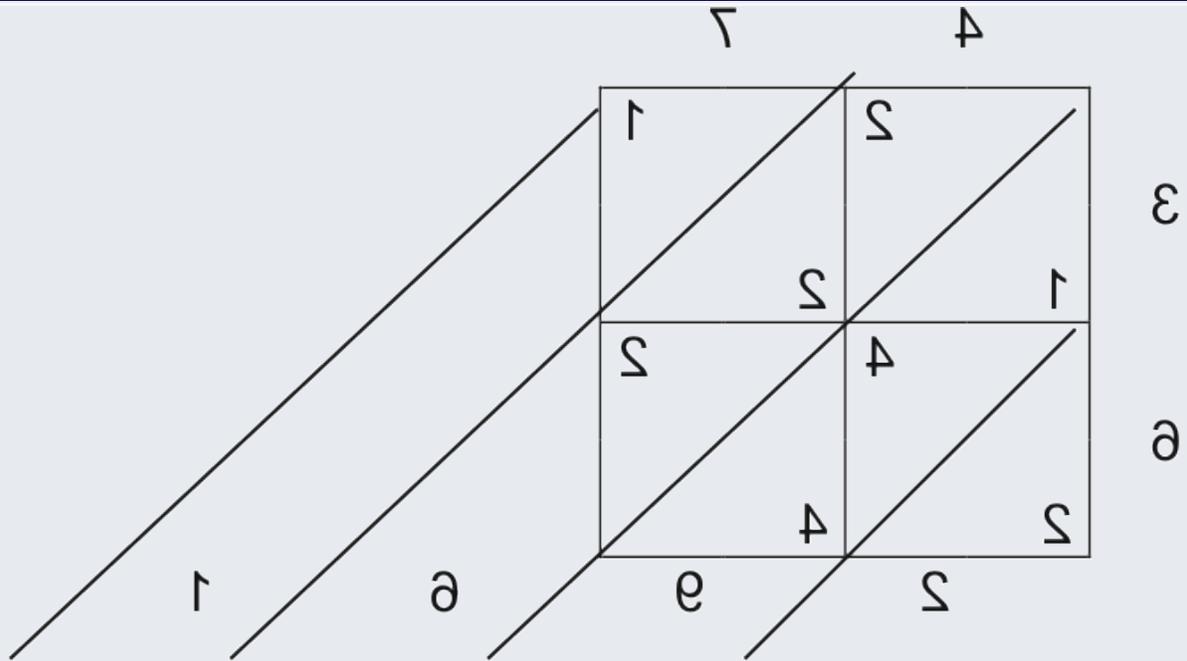
$$9 + 2 = 11$$

escribimos 11

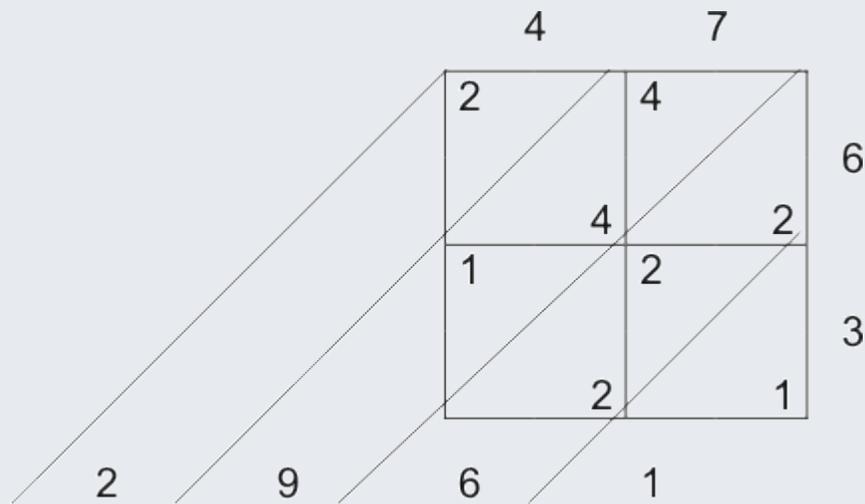
6.- LA VIGENCIA DE LOS ALGORITMOS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA.

El tema de los algoritmos que actualmente se aplican, fueron descubiertos por los matemáticos italianos. El Tema Operaciones: suma, resta, multiplicación y división en el Segundo Ciclo de EGB de nuestras escuelas, incluye el tema: ALGORITMOS. Casi todos los libros de Escuelas Primaria incluyen las operaciones y propiedades. El libro: "Señorita, ¿Es de más o es de por?" de la Prof. Luz Cerdeyra incluye las multiplicaciones y sus algoritmos con los gráficos y alusiones históricas como los que siguen.

Veamos el siguiente ejemplo: multiplicar 47×63



Observación: Como el multiplicador (63) está a la izquierda de las celdas (el cuadrado) se lo escribe en forma inversa: 36.



Mostramos un ejemplo de la misma multiplicación, con el multiplicador escrito a la derecha de la celda.

A continuación se muestra algoritmos de multiplicación de dos números de la multiplicación actual y algunas variantes, consecuencia de los algoritmos de los italianos.

